

IV. La fonction valeur absolue.

1) Valeur absolue d'un nombre

Définition

La valeur absolue d'un nombre A est égal au nombre A si A est positif, et au nombre $-A$ si A est négatif.
La valeur absolue de A se note $|A|$.

Exemples :

Propriété

Soit x et y deux nombres réels.

- 1) $|x| \geq 0$ 2) $|-x| = |x|$ 3) $\sqrt{x^2} = |x|$ 4) $|x| = 0$ équivaut à $x = 0$
- 5) $|x| = |y|$ équivaut à $x = y$ ou $x = -y$ 6) $|xy| = |x| \times |y|$ 7) $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$ pour $y \neq 0$

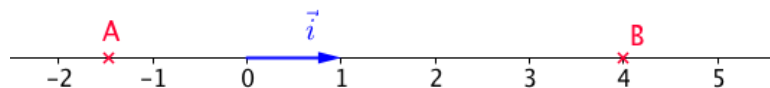
Exemples :

2) Distance et valeur absolue

Définition

Soit a et b deux nombres réels. Sur une droite graduée munie d'un repère (O, \vec{i}) , la distance entre les points A et B d'abscisses respectives les nombres a et b est le nombre $|a - b|$.
Ce nombre s'appelle aussi la distance entre les réels a et b et se note $d(a ; b)$.

Exemple : Calculer la distance entre les nombres $-1,5$ et 4 .



Propriété (inégalité triangulaire)

Soit x et y deux nombres réels. On a : $|x + y| \leq |x| + |y|$

Démonstration :

Dans un repère (O, \vec{i}) , soit A et B deux points d'abscisses respectives x et $-y$.

3) Fonction valeur absolue

Définition

La fonction valeur absolue est la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = |x|$.