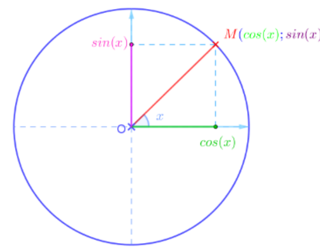
Fonctions trigonométriques.

***Claude Ptolémée** (100 ; 168) mathématicien et astronome grec, précurseur de la géographie, il étudie la trigonométrie dans le plan et l'utilise pour calculer des distances.*

I. Cosinus et sinus d'un nombre réel.



Définition : Soit x un nombre réel, et M le point correspondant sur le cercle trigonométrique dans un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$.

- ♦ Le cosinus du nombre réel x est l'abscisse de M et on note $\cos(x)$.
- ♦ Le sinus du nombre réel x est l'ordonnée de M et on note $sin(x)$.

Propriété : Pour tout nombre réel x, on a :

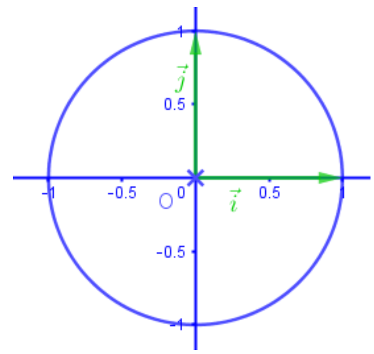
♦...... $\leq \cos(x) \leq$ ...... ♦ ......$\leq \sin(x) \leq$ ...... ♦ $cos^2(x) + sin^2(x) =$......

♦ $cos(x + 2k\pi) =$......................, avec $k \in \mathbb{Z}$. ♦ $sin(x + 2k\pi) =$......................, avec $k \in \mathbb{Z}$.

☺ Valeurs remarquables du cosinus et du sinus.

Valeurs remarquables						
x	**0**	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$cos\ (x)$						
$sin\ (x)$						

....
....
....
....
....
....



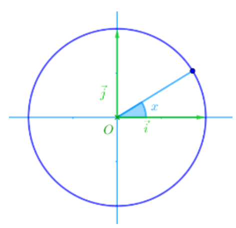
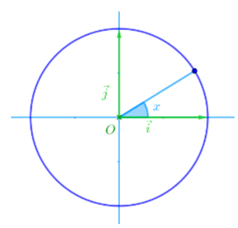
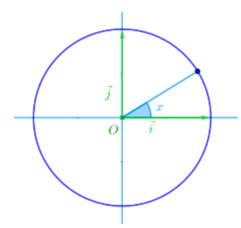
☺ Mesures d'angles associés.

Propriété : Soit x un nombre réel.

☺ $\cos(-x) =$........... ☺ $\sin(-x) =$ ....

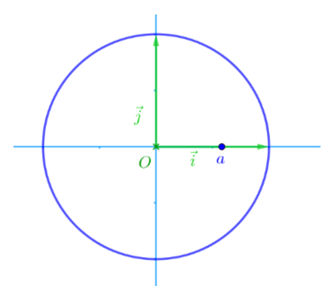
☺ $\cos(\pi + x) =$ .... ☺ $\sin(\pi + x) =$ ....

☺ $\cos(\pi - x) =$ .... ☺ $\sin(\pi - x) =$ ....

II. Équations et inéquations trigonométriques.

☺ Équations trigonométriques du type (E): $\cos(x) = a$.



Propriété : Soit a un nombre réel.

On note $S(E)$ les solutions de l'équation (E): $\cos(x) = a$ dans $[-\pi\,;\,\pi\,]$.

☺ Si $a < -1$ ou $a > 1$ alors $S(E) =$ ....

☺ Si $a = -1$ alors $S(E) =$ .... ☺ Si $a = 1$ alors $S(E) =$ ....

☺ Si $-1 < a < 1$ alors $S(E) =$ ....

Remarque : Dans $\mathbb{R}$, l'équation (E): $\cos(x) = \cos(a)$ a pour solutions les nombres réels ....et ....où k est un nombre relatif.

☑*Savoir-faire : Savoir résoudre une équation trigonométrique du type $(E)\colon \cos(x) = a$:*

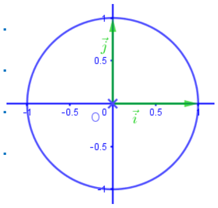
Résoudre dans $[-\pi\ ;\ \pi\ ]$ les équations suivantes : ☺ $(E_1)\colon \cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ☺ $(E_2)\colon \cos^2(x) = \frac{1}{2}$

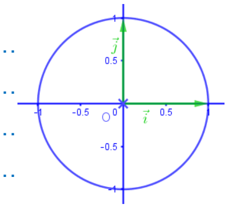
……………………………………………………………… ………………………………………………………………

……………………………………………………………… ………………………………………………………………

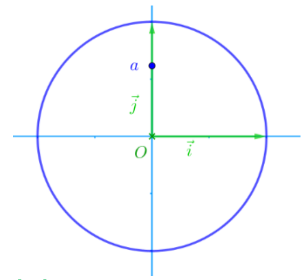
……………………………………………………………… ………………………………………………………………

……………………………………………………………… ………………………………………………………………





☺ Équations trigonométriques du type $(E)\colon sin(x) = a$.



Propriété : Soit a un nombre réel.
On note $S(E)$ les solutions de l'équation $(E)\colon sin(x) = a$ dans $[-\pi\ ;\ \pi\ ]$.
☺ Si $a < -1$ ou $a > 1$ alors $S(E) =$ ....
☺ Si $a = -1$ alors $S(E) =$ .... ☺ Si $a = 1$ alors $S(E) =$ ....
☺ Si $-1 < a < 1$ alors $S(E) =$ ....

Remarque : Dans $\mathbb{R}$, L'équation $(E)\colon \sin(x) = \sin(a)$ a pour solutions les nombres réels ....et ....où k est un nombre relatif.

☑*Savoir-faire : Savoir résoudre une équation trigonométrique du type $(E)\colon sin(x) = a$:*

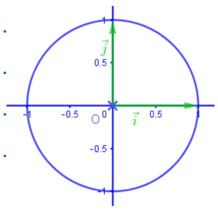
Résoudre dans $[-\pi\ ;\ \pi\ ]$ les équations suivantes : ☺ $(E_1)\colon sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ☺ $(E_2)\colon \sin(x) = -0{,}5.$

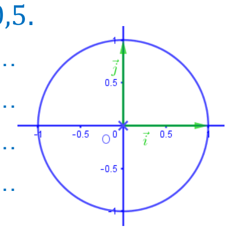
……………………………………………………………… ………………………………………………………………

……………………………………………………………… ………………………………………………………………

……………………………………………………………… ………………………………………………………………

……………………………………………………………… ………………………………………………………………

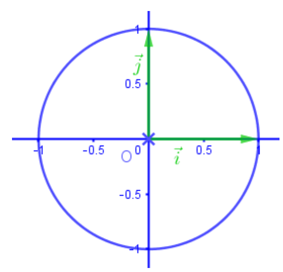




☺ Inéquations trigonométriques.

☑*Savoir-faire : Savoir résoudre une inéquation trigonométrique :*

☺ Résoudre dans $[-\pi\ ;\ \pi]$, l'inéquation $(I)\colon\ sin(x) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$



………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

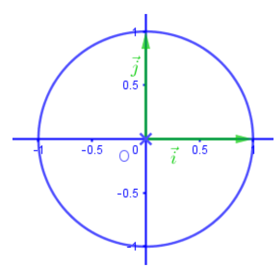
………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

☺ Résoudre dans $[-\pi\ ;\ \pi]$, l'inéquation $(I)\colon\ \cos(x) > -\frac{\sqrt{2}}{2}$



………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

III. Fonctions cos et sin .

Définition :

☺ On appelle fonction cosinus, la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $cos : x \to cos(x)$.

☺ On appelle fonction sinus, la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $sin : x \to sin(x)$.

Propriété : Périodicité.

Pour tout x, $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$ et $sin(x + 2\pi) = sin(x)$.

Les fonctions cos et sin sont ....

Propriété : Parité.

Pour tout x, $\cos(-x) = \cos(x)$ et $sin(-x) = -sin(x)$.

☺ La fonction cos est .... sa courbe est ....

☺ La fonction sin est .... sa courbe est ....

Propriété : Dérivabilité.

Les fonctions cosinus et sinus sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et on a :

☺ $(cos(x))' = -sin(x)$ ☺ $(sin(x))' = cos(x)$

☺ La fonction cosinus.

x	
Signes de $(cos(x))'$	
Variations de cos	

....

....

....

....

....

....

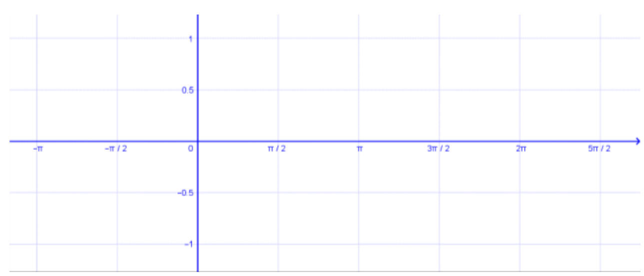
....

....

....

☺ La fonction sinus.

x	
Signes de $(sin(x))'$	
Variations de sin	



....

....

....

....

....

....

....

....

....