

Propriété

Soit z un nombre complexe : $\odot |z|^2 = z\bar{z}$ $\odot |\bar{z}| = |z|$ $\odot |-z| = |z|$

Propriété ROC

Soit z_1 et z_2 deux nombres complexes et n entier naturel non nul.

$$\odot |z_1 z_2| = |z_1| \times |z_2|$$

$$\odot |z_1^n| = |z_1|^n$$

$$\odot \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$$

Démonstrations :

IV. Equations du second degré dans $\mathbb{C}$.

Définition

Soit a, b et c des réels avec $a \neq 0$.

On appelle discriminant du trinôme $az^2 + bz + c$, le nombre réel, noté Δ , égal à $b^2 - 4ac$.

Propriété

- Si $\Delta > 0$: L'équation $az^2 + bz + c = 0$ a deux solutions réelles distinctes : $z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$.

- Si $\Delta = 0$: L'équation $az^2 + bz + c = 0$ a une unique solution réelle : $z_0 = -\frac{b}{2a}$.

- Si $\Delta < 0$: L'équation $az^2 + bz + c = 0$ a deux solutions complexes conjuguées : $z_1 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $z_2 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}$.

Démonstrations :

☒ Savoir-faire : Savoir résoudre une équation dans $\mathbb{C}$:

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes : a) $z^2 + 5 = 0$

b) $z^2 + 3z + 4 = 0$