

Définition

Tout nombre complexe z non nul de module r et d'argument θ s'écrit sous sa forme exponentielle $z = r e^{i\theta}$.

☑ Savoir-faire : Savoir passer de la forme algébrique à la forme exponentielle et réciproquement:

1) Ecrire les nombres complexes suivants sous la forme exponentielle :

a) $z_1 = -2i$ b) $z_2 = -5$ c) $z_3 = 2 - 2i$

2) Ecrire les nombres complexes suivants sous la forme algébrique :

a) $z_3 = e^{i\frac{\pi}{6}}$ b) $z_4 = 4e^{i\frac{\pi}{4}}$

2) Propriétés

Propriété

Pour tous réels θ et θ' , pour tout entier naturel n non nul,

☺ $e^{i\theta} \times e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}$

☺ $(e^{i\theta})^n = e^{in\theta}$

☺ $\frac{1}{e^{i\theta}} = e^{-i\theta}$

☺ $\frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}} = e^{-i(\theta-\theta')}$

☺ $\overline{e^{i\theta}} = e^{-i\theta}$

Remarque : La formule $(e^{i\theta})^n = e^{in\theta}$ s'appelle formule de *Moivre*.

IV. Applications à la géométrie

Propriété

A, B, C et D sont quatre points deux à deux distincts du plan d'affixes respectives z_A , z_B , z_C et z_D .

On a : ☺ $(\vec{u}; \overrightarrow{AB}) = \arg(z_B - z_A)$

☺ $AB = |z_B - z_A|$

☺ $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right)$

☑ Savoir-faire : Savoir utiliser les nombres complexes en géométrie:

Soit A, B et C trois points d'affixes respectives $z_A = -2 - i$, $z_B = 1 - 2i$ et $z_C = -1 + 2i$.

1) Démontrer que le triangle ABC est isocèle en A.

2) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.