

Suites géométriques.

I. Définition d'une suite géométrique.

On considère la suite (u_n) où le rapport entre un terme et son précédent reste constant et égal à 3. Si le premier terme est égal à 2, les premiers termes successifs sont : $u_0 = \dots$; $u_1 = \dots = \dots$; $u_2 = \dots = \dots$; $u_3 = \dots = \dots$. De façon plus générale, pour tout nombre entier n , on a $u_{n+1} = \dots$.
On dit que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison $\dots$ et de premier terme $\dots$.

Définition

On dit qu'une suite (u_n) est une suite géométrique s'il existe un nombre q tel que, pour tout n , $u_{n+1} = \dots$.
Le nombre q est appelé la raison de la suite (u_n) .

Exemple concret : On place un capital de 500€ sur un compte dont les intérêts annuels s'élève à 4%. Chaque année, le capital est multiplié par $\dots$. Ce capital suit une progression géométrique de raison $\dots$.

☒ Savoir faire : Savoir démontrer qu'une suite est géométrique :

1) La suite (u_n) définie par : $u_n = 2^{n+3}$ est-elle géométrique ?

Définition

Si (u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 alors, pour tout n , $u_n = u_0 \times q^n$.

Exemple : On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 3$ et de raison 2.

☒ Savoir faire : Savoir déterminer la raison et le premier terme d'une suite géométrique :

1) Soit (u_n) la suite géométrique tel que $u_2 = 12$ et $u_5 = -96$. Détermine sa raison et son premier terme.

II. Sens de variations d'une suite géométrique.

On considère la suite (u_n) définie par : pour tout nombre entier n , $u_n = 3 \times 2^n$. Etudions ses variations.

Définition

Si (u_n) est une suite géométrique de raison q , et de premier terme non nul u_0 alors :

- Pour $u_0 > 0$:
 - ♦ Si $q > 1$ alors la suite (u_n) est croissante.
 - ♦ Si $0 < q < 1$ alors la suite (u_n) est décroissante.
- Pour $u_0 < 0$:
 - ♦ Si $q > 1$ alors la suite (u_n) est décroissante.
 - ♦ Si $0 < q < 1$ alors la suite (u_n) est croissante.