3) Espérance et variance.

Propriété

Z est une variable aléatoire qui suit la loi $N(\,0\,;1\,)$, *alors* $E(\,Z\,) =$ *et* $V(Z) =$.

Démonstration : pour l'espérance :

On admet que : $E(X) = \lim\limits_{x \to -\infty} \int_x^0 t\,f(t)\,dt + \lim\limits_{y \to +\infty} \int_0^y t\,f(t)\,dt$

....

....

....

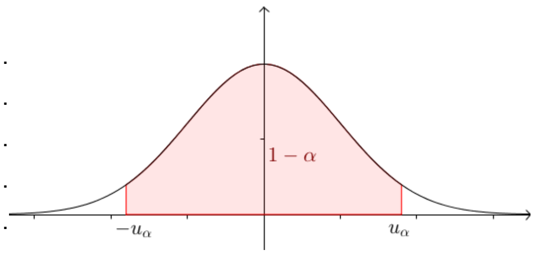
....

4) Intervalle centré de probabilité donnée.

Propriété

X est une variable aléatoire qui suit la loi normale centrée réduite $N(\,0\,;1\,)$.
Pour tout $\alpha \in \,]0\,;1[$, il existe un unique réel positif u_α tel que $P(-u_\alpha \le X \le u_\alpha) = 1-\alpha$ ..

Démonstration ROC (exigible BAC) :



....

....

....

....

....

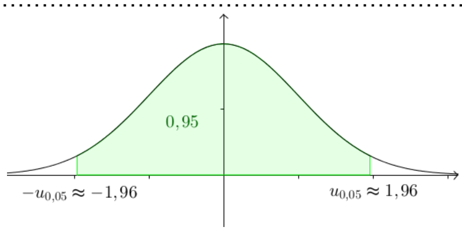
....

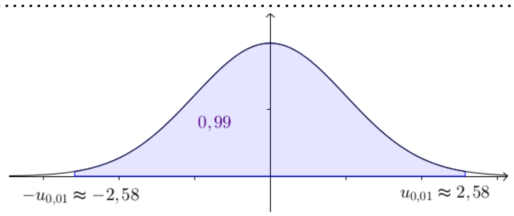
....

....

Cas particulier :

$u_{0,05} \approx 1{,}96$ et $u_{0,01} \approx 2{,}58$





III. Lois normales cas général.

1) Définition

Définition

Soit un nombre réel μ et un nombre réel strictement positif σ. Dire qu'une variable aléatoire continue X suit la loi normale d'espérance μ et d'écart-type σ, notée $N(\,\mu\,;\,\sigma^2\,)$. signifie que la variable aléatoire $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite $N(\,0\,;1\,)$.

....

Remarques :

- La courbe représentative de la fonction densité de la loi $N(\,\mu\,;\,\sigma^2\,)$ est une *courbe en cloche* symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \mu$.
- La courbe est d'autant plus "resserrée" autour de son axe de symétrie que l'écart-type σ est petit.

L'écart-type (ou la variance) est un caractère de dispersion autour de l'espérance qui est un caractère de position.