

**EXERCICE 4****5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour chacune des cinq propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie.

Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

**1. Proposition 1**

Pour tout entier naturel  $n$ , le chiffre des unités de  $n^2 + n$  n'est jamais égal à 4.

**2. On considère la suite  $u$  définie, pour  $n \geq 1$ , par**

$$u_n = \frac{1}{n} \text{pgcd}(20; n).$$

**Proposition 2**

La suite  $(u_n)$  est convergente.

**3. Proposition 3**

Pour toutes matrices  $A$  et  $B$  carrées de dimension 2, on a  $A \times B = B \times A$ .

**4. Un mobile peut occuper deux positions  $A$  et  $B$ . À chaque étape, il peut soit rester dans la position dans laquelle il se trouve, soit en changer.**

Pour tout entier naturel  $n$ , on note :

—  $A_n$  l'évènement « le mobile se trouve dans la position  $A$  à l'étape  $n$  » et  $a_n$  sa probabilité.

—  $B_n$  l'évènement « le mobile se trouve dans la position  $B$  à l'étape  $n$  » et  $b_n$  sa probabilité.

—  $X_n$  la matrice colonne  $\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$ .

On admet que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $X_{n+1} = M \times X_n$  avec  $M = \begin{pmatrix} 0,55 & 0,3 \\ 0,45 & 0,7 \end{pmatrix}$ .

**Proposition 4**

La probabilité  $P_{A_n}(B_{n+1})$  vaut 0,45.

**Proposition 5**

Il existe un état initial  $X_0 = \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}$  tel que la probabilité d'être en  $B$  à l'étape 1 est trois fois plus grande que celle d'être en  $A$  à l'étape 1, autrement dit tel que  $b_1 = 3a_1$ .\*