II. Intervalle de fluctuation et loi binomiale.

Propriété

On considère une population dont une proportion p connue des individus possède un caractère donné. On prélève dans cette population un échantillon de taille n. La variable aléatoire qui compte le nombre d'individus possédant ce caractère suit la loi binomiale $B(n\ ,\ p)$.

Exemple :

On sait que 45% des français sont propriétaires de leur logement. On interroge au hasard 50 personnes. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre k de personnes propriétaires de leur logement. La variable aléatoire X suit la loi binomiale $B(50\ ,\ 0{,}45)$.Avec un tableur on obtient

H6 | f_x =LOI.BINOMIALE(H5;50;0,45;0)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA
1																											
2	k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
3	P(X=k)	1E-13	4E-12	9E-11	1E-09	1E-08	8E-08	5E-07	3E-06	1E-05	4E-05	1E-04	4E-04	0,001	0,003	0,006	0,012	0,021	0,034	0,051	0,07	0,089	0,104	0,112	0,112	0,103	0,087
4																											
5	k	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	
6	P(X=k)	0,069	0,05	0,034	0,021	0,012	0,006	0,003	0,001	6E-04	2E-04	7E-05	2E-05	6E-06	2E-06	3E-07	7E-08	1E-08	2E-09	2E-10	3E-11	2E-12	2E-13	8E-15	3E-16	5E-18	
7																											

Pour k <...... et k >......, les probabilités sont inférieures à 10^{-3} et peuvent être considérées comme négligeables.

Définition

On considère une population dont une proportion p connue des individus possède un caractère donné. On prélève dans cette population un échantillon de taille n. Soit X la variable aléatoire associée au nombre d'individus possédant ce caractère. Soit a et b les plus petits entiers tel que $P(X \leq a) > 0{,}025$ et $P(X \leq b) < 0{,}975$.
L'<u>intervalle de fluctuation au seuil de 95 %</u> associée à la variable aléatoire X est : $\left[\frac{a}{n}\ ;\frac{b}{n}\right]$.

On peut utiliser un tableur pour calculer les probabilités cumulées, on obtient :

G8 | f_x =LOI.BINOMIALE(G6;50;0,45;1)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
1																												
2	k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
3	P(X=k)	1E-13	4E-12	9E-11	1E-09	1E-08	8E-08	5E-07	3E-06	1E-05	4E-05	1E-04	4E-04	0,001	0,003	0,006	0,012	0,021	0,034	0,051	0,07	0,089	0,104	0,112	0,112	0,103	0,087	
4	P(X≤k)	1E-13	4E-12	9E-11	1E-09	1E-08	9E-08	6E-07	3E-06	1E-05	6E-05	2E-04	6E-04	0,002	0,004	0,01	0,022	0,043	0,077	0,127	0,197	0,286	0,39	0,502	0,613	0,716	0,803	
5																												
6	k	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50		
7	P(X=k)	0,069	0,05	0,034	0,021	0,012	0,006	0,003	0,001	6E-04	2E-04	7E-05	2E-05	6E-06	2E-06	3E-07	7E-08	1E-08	2E-09	2E-10	3E-11	2E-12	2E-13	8E-15	3E-16	5E-18		
8	P(X≤k)	0,872	0,922	0,956	0,976	0,988	0,995	0,998	0,999	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
9																												

On lit alors que a = ... et b = ...On en déduit que l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% est .... Soit.................. . Ce qui signifie que ....

..

Remarque : Avec la formule de seconde on obtient comme intervalle de fluctuation au seuil de 95 % ....

☑ Savoir-faire : Savoir déterminer un intervalle de fluctuation au seuil de 95 %:

Une urne contient 60% de boules blanches. On tire 100 boules avec remise. Déterminer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% de la fréquence observée d'une boule blanche.

....

....

....

	Casio	Texas	Open Office	Excel
Syntaxe	Touche OPTN, puis choisir *STAT*, puis *DIST*, puis *BINM*, puis *Bpd* ou *Bcd* (voir p. 278).	Menu *distrib* (2nde var), puis choisir *binomFdp(* ou *binomFrép(*, voir p. 274.	Fonction **LOI.BINOMIALE**	
$P(X=k)$	BinominalPD(k,n,p)	binomFdp(n,p,k)	=LOI.BINOMIALE(k;n;p;0)	=LOI.BINOMIALE(k;n;p;FAUX)
$P(X \leqslant k)$	BinominalCD(k,n,p)	binomFRép(n,p,k)	=LOI.BINOMIALE(k;n;p;1)	=LOI.BINOMIALE(k;n;p;VRAI)