Estimation.

I. Compléments sur les lois normale et binomiale.

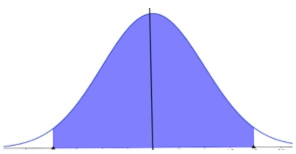
1) Loi normale : intervalles centrés sur l'espérance.

Théorème

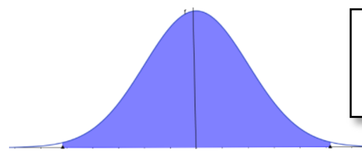
Soit Z une variable aléatoire qui suit la loi $N(\mu\,;\,\sigma^2)$. *Pour tout nombre* α *de* $]0\,;1[$ $P(\mu - \sigma u_\alpha \leq Z \leq \mu + \sigma u_\alpha) = 1 - \alpha$
Avec $u_\propto$ tel que $P(-u_\alpha \leq \frac{Z-\mu}{\sigma} \leq u_\alpha) = 1 - \propto$

Démonstration :

……
……
……



$u \quad =$
$P(\mu - 1{,}96\sigma \leq Z \leq \mu + 1{,}96\sigma) \approx$



$u \quad =$
$P(\mu - 2{,}58\sigma \leq Z \leq \mu + 2{,}58\sigma) \approx$

2) Loi de la fréquence de succès F_n.

X_n est une variable aléatoire qui suit la loi binomiale $B(n; p)$. La variable aléatoire $F_n = \frac{Xn}{n}$ indique la fréquence de succès lors des n épreuves.

Théorème

L'espérance et l'écart type de la variable sont $E(F_n) =$ ………… et $\sigma(F_n) =$ …………

Démonstration :

……
……

3) Approximation de la loi de F_n par une loi normale.

Règle

Sous les conditions $n \geq 30, np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$.La loi des fréquences F_n peut-être approchée par la loi normale $N($… … … … ; … … … … $)$.

Exemple :

……
……

II. Prise de décision.

1) Intervalle de fluctuation asymptotique

Dans ce paragraphe, on suppose que la proportion *p* du caractère étudié est connue.

Définition

X_n est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale $B(n\,;p)$. La variable aléatoire $F_n = \frac{X_n}{n}$ s'appelle la variable aléatoire fréquence de succès pour un schéma de Bernoulli de paramètres *n* et *p*.

Propriété

Soit $\alpha \in]0\,;1[$. On pose $I_n = \left[p - u_\propto \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\ ;\ p + u_\propto \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$ alors $\lim_{n\to+\infty} P(F_n \in I_n) = 1 - \propto$.