

Suites arithmético-géométriques.

Définition

On dit qu'une suite (u_n) est une arithmético-géométrique s'il existe deux nombres a et b tels que pour tout entier n , $u_{n+1} = a u_n + b$.

Exemple : Un investisseur dépose 10000 € sur un compte rémunéré à 5% par an. Chaque année suivante, il dépose 500€ de plus. On note (u_n) la somme épargnée à l'année n .

On a alors : $u_{n+1} = \dots\dots u_n + \dots\dots$ et $u_0 = \dots\dots$. La suite (u_n) est arithmético-géométrique.

☑ Savoir faire : Savoir étudier une suite arithmético-géométrique (exemple BAC) :

Une réserve décide d'implanter sur son vaste territoire de savane une nouvelle population d'antilopes, des impalas. Au 1er janvier 2013, 2 500 impalas sont lâchés. Les scientifiques zoologistes estiment que le nombre d'impalas augmentera chaque année de 4 % par le simple jeu des naissances et des décès naturels.

Pour limiter les phénomènes de consanguinité, 50 impalas supplémentaires seront ajoutés chaque année.

Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre d'impalas dans cette réserve au 1er janvier de l'année 2013 + n .

1) Justifier que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 1,04 u_n + 50$.

.....

2) Déterminer u_0 , u_1 et u_2 .

3) Pour tout entier naturel n , on pose $v_n = u_n + 1 250$.

a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

.....

b. Exprimer v_n en fonction de n .

.....

c. En déduire que $u_n = 3 750 \times 1,04^n - 1 250$.

.....

d. Calculer la limite de la suite (u_n) .

.....

☑ Savoir faire : Savoir déterminer un seuil avec un algorithme :

4) Après une étude approfondie des zoologues, ce modèle d'évolution ne sera plus valable lorsque la population aura doublé par rapport au 1er janvier 2013. Déterminer à partir de quelle année le modèle d'évolution ne sera plus valable.

Variables: n , u
 n prend la valeur 0
 u prend la valeur 2500
 Tant que $u < \dots\dots$ faire
 n prend la valeur
 u prend la valeur
 Fin du Tant que
 Afficher

.....

Sur TI

```
PROGRAM:SEUIL
:Input A
:  →N
:  →U
:While U
:  →N
:  →U
:End
:Disp N
```

Sur Casio

```
====SEUIL
"A="?→A↵
  →N↵
  →U↵
While U  ↵
  →N↵
  →U↵
WhileEnd↵
N
```