

30 mai 2014

## EXERCICE 4

5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un volume constant de  $2\,200\text{ m}^3$  d'eau est réparti entre deux bassins A et B.

Le bassin A refroidit une machine. Pour des raisons d'équilibre thermique on crée un courant d'eau entre les deux bassins à l'aide de pompes.

On modélise les échanges entre les deux bassins de la façon suivante :

- au départ, le bassin A contient  $800\text{ m}^3$  d'eau et le bassin B contient  $1\,400\text{ m}^3$  d'eau ;
- tous les jours, 15 % du volume d'eau présent dans le bassin B au début de la journée est transféré vers le bassin A ;
- tous les jours, 10 % du volume d'eau présent dans le bassin A au début de la journée est transféré vers le bassin B.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note :

- $a_n$  le volume d'eau, exprimé en  $\text{m}^3$ , contenu dans le bassin A à la fin du  $n$ -ième jour de fonctionnement ;
- $b_n$  le volume d'eau, exprimé en  $\text{m}^3$ , contenu dans le bassin B à la fin du  $n$ -ième jour de fonctionnement.

On a donc  $a_0 = 800$  et  $b_0 = 1\,400$ .

1. Par quelle relation entre  $a_n$  et  $b_n$  traduit-on la conservation du volume total d'eau du circuit ?
2. Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + 330$ .
3. L'algorithme ci-dessous permet de déterminer la plus petite valeur de  $n$  à partir de laquelle  $a_n$  est supérieur ou égal à 1 100.

Recopier cet algorithme en complétant les parties manquantes.

<b>Variables</b>	: $n$ est un entier naturel $a$ est un réel
<b>Initialisation</b>	: Affecter à $n$ la valeur 0 Affecter à $a$ la valeur 800
<b>Traitement</b>	: Tant que $a < 1\,100$ , faire :   Affecter à $a$ la valeur ...   Affecter à $n$ la valeur ... Fin Tant que
<b>Sortie</b>	: Afficher $n$

4. Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n = a_n - 1\,320$ .

- a. Montrer que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
- b. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .

En déduire que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $a_n = 1\,320 - 520 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$ .

5. On cherche à savoir si, un jour donné, les deux bassins peuvent avoir, au mètre cube près, le même volume d'eau.

Proposer une méthode pour répondre à ce questionnement.