

## EXERCICE 4

5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un catadioptré est un dispositif optique formé de trois miroirs en forme de « coin de cube », les faces réfléchissantes tournées vers l'intérieur. On en trouve dans les réflecteurs de certains véhicules ainsi que dans les appareils de topographie.

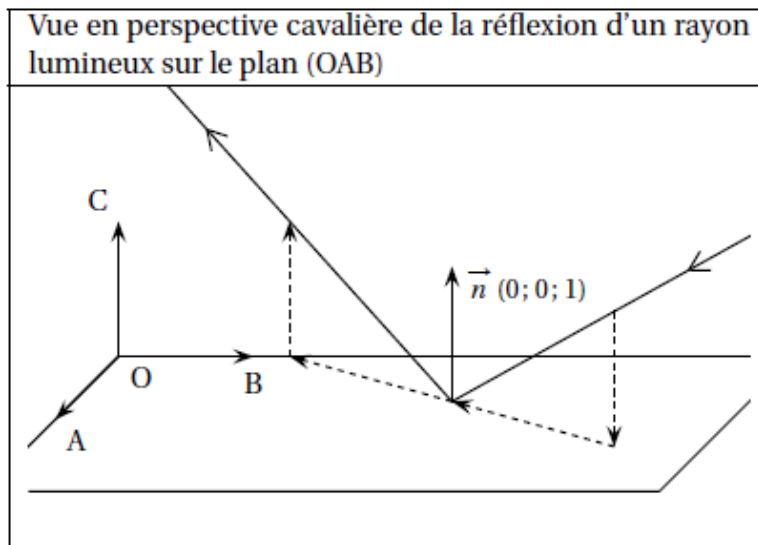
Les points  $O$ ,  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont des sommets d'un cube, de telle sorte que le repère  $(O; \vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC})$  soit un repère orthonormé.

On utilisera ce repère dans tout l'exercice.

Les trois miroirs du catadioptré sont représentés par les plans  $(OAB)$ ,  $(OBC)$  et  $(OAC)$ . Les rayons lumineux sont modélisés par des droites.

Règles de réflexion d'un rayon lumineux (admises) :

- lorsqu'un rayon lumineux de vecteur directeur  $\vec{v}(a; b; c)$  est réfléchi par le plan  $(OAB)$ , un vecteur directeur du rayon réfléchi est  $\vec{v}(a; b; -c)$ ;
- lorsqu'un rayon lumineux de vecteur directeur  $\vec{v}(a; b; c)$  est réfléchi par le plan  $(OBC)$ , un vecteur directeur du rayon réfléchi est  $\vec{v}(-a; b; c)$ ;
- lorsqu'un rayon lumineux de vecteur directeur  $\vec{v}(a; b; c)$  est réfléchi par le plan  $(OAC)$ , un vecteur directeur du rayon réfléchi est  $\vec{v}(a; -b; c)$ ;



### 1. Propriété des catadioptrés

En utilisant les règles précédentes, démontrer que si un rayon lumineux de vecteur directeur  $\vec{v}(a; b; c)$  est réfléchi successivement par les plans  $(OAB)$ ,  $(OBC)$  et  $(OAC)$ , le rayon final est parallèle au rayon initial.

Pour la suite, on considère un rayon lumineux modélisé par une droite  $d_1$  de vecteur directeur  $\vec{v}_1 (-2 ; -1 ; -1)$  qui vient frapper le plan (OAB) au point  $I_1 (2 ; 3 ; 0)$ . Le rayon réfléchi est modélisé par la droite  $d_2$  de vecteur directeur  $\vec{v}_2 (-2 ; -1 ; 1)$  et passant par le point  $I_1$ .

2. *Réflexion de  $d_2$  sur le plan (OBC)*

- a. Donner une représentation paramétrique de la droite  $d_2$ .
- b. Donner, sans justification, un vecteur normal au plan (OBC) et une équation cartésienne de ce plan.
- c. Soit  $I_2$  le point de coordonnées  $(0 ; 2 ; 1)$ .  
Vérifier que le plan (OBC) et la droite  $d_2$  sont sécants en  $I_2$ .

On note  $d_3$  la droite qui représente le rayon lumineux après réflexion sur le plan (OBC).  $d_3$  est donc la droite de vecteur directeur  $\vec{v}_3 (2 ; -1 ; 1)$  passant par le point  $I_2 (0 ; 2 ; 1)$ .

3. *Réflexion de  $d_3$  sur le plan (OAC)*

Calculer les coordonnées du point d'intersection  $I_3$  de la droite  $d_3$  avec le plan (OAC).

On note  $d_4$  la droite qui représente le rayon lumineux après réflexion sur le plan (OAC). Elle est donc parallèle à la droite  $d_1$ .

4. *Étude du trajet de la lumière*

On donne le vecteur  $\vec{u} (1 ; -2 ; 0)$ , et on note  $\mathcal{P}$  le plan défini par les droites  $d_1$  et  $d_2$ .

- a. Démontrer que le vecteur  $\vec{u}$  est un vecteur normal au plan  $\mathcal{P}$ .
- b. Les droites  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$  sont-elles situées dans un même plan ?
- c. Les droites  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_4$  sont-elles situées dans un même plan ?\*

