

☑ Pondichéry 2013 :

EXERCICE 3

5 points

Commun à tous les candidats

Le 1er janvier 2000, un client a placé 3 000 (à intérêts composés au taux annuel de 2,5%. On note C_n le capital du client au 1er janvier de l'année $2000+n$, où n est un entier naturel.

1. Calculer C_1 et C_2 . Arrondir les résultats au centime d'euro.
2. Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n . En déduire que, pour tout nombre entier naturel n , on a la relation : $C_n = 3000 \times 1,025^n$.
3. On donne l'algorithme suivant :

Entrée Saisir un nombre S supérieur à 3 000
Traitement Affecter à n la valeur 0. *Initialisation*
 Affecter à U la valeur 3 000 *Initialisation*
 Tant que $U \leq S$
 n prend la valeur $n + 1$
 U prend la valeur $U \times 1,025$
 Fin tant que

- Sortie** Afficher le nombre $2000+n$
- a. Pour la valeur $S = 3300$ saisie, recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant. Les résultats seront arrondis à l'unité.

Valeur de n	0	1	
Valeur de U	3000		
Condition $U \leq S$	vrai		

- b. En déduire l'affichage obtenu quand la valeur de S saisie est 3300.
- c. Dans le contexte de cet exercice, expliquer comment interpréter le nombre obtenu en sortie de cet algorithme quand on saisit un nombre S supérieur à 3 000.
4. Au 1er janvier 2013, le client avait besoin d'une somme de 5 000 €. Montrer que le capital de son placement n'est pas suffisant à cette date.
5. Déterminer, en détaillant la méthode, à partir du 1er janvier de quelle année le client pourrait avoir son capital initial multiplié par 10.

☑ Amérique du nord 2013 :

EXERCICE 3

5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

La bibliothèque municipale étant devenue trop petite, une commune a décidé d'ouvrir une médiathèque qui pourra contenir 100 000 ouvrages au total. Pour l'ouverture prévue le 1er janvier 2013, la médiathèque dispose du stock de 35 000 ouvrages de l'ancienne bibliothèque augmenté de 7 000 ouvrages supplémentaires neufs offerts par la commune.

Partie A

Chaque année, la bibliothécaire est chargée de supprimer 5% des ouvrages, trop vieux ou abîmés, et d'acheter 6 000 ouvrages neufs. On appelle u_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1er janvier de l'année $(2013+n)$. On donne $u_0 = 42$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} = u_n \times 0,95 + 6$.
2. On propose, ci-dessous, un algorithme, en langage naturel. Expliquer ce que permet de calculer cet algorithme.
3. À l'aide de votre calculatrice, déterminer le résultat obtenu grâce à cet algorithme.

Variables :
 U, N
Initialisation :
 Mettre 42 dans U
 Mettre 0 dans N
Traitement :
 Tant que $U < 100$
 U prend la valeur $U \times 0,95 + 6$
 N prend la valeur $N + 1$
 Fin du Tant que
Sortie
 Afficher N .

Partie B

La commune doit finalement revoir ses dépenses à la baisse, elle ne pourra financer que 4 000 nouveaux ouvrages par an au lieu des 6 000 prévus. On appelle v_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1er janvier de l'année $(2013+n)$.

1. Identifier et écrire la ligne qu'il faut modifier dans l'algorithme pour prendre en compte ce changement.
2. On admet que $v_{n+1} = v_n \times 0,95 + 4$ avec $v_0 = 42$. On considère la suite (w_n) définie, pour tout entier n , par $w_n = v_n - 80$. Montrer que (w_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,95$ et préciser son premier terme w_0 .
3. On admet que, pour tout entier naturel n : $w_n = -38 \times (0,95)^n$.
 - a. Déterminer la limite de (w_n) .
 - b. En déduire la limite de (v_n) .
 - c. Interpréter ce résultat.