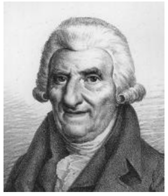


Représentations paramétriques, équations cartésiennes.

***Jean Dominique Cassini** (1625 ; 1712) astronome et ingénieur italo-français. Il enseigne la géométrie à l'université de Bologne.*

Dans tout le chapitre on se place dans un repère orthonormé de l'espace $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,;\vec{k})$.

I. Représentation paramétrique d'une droite.

☺ Vecteurs colinéaires.

☑*Savoir-faire : Savoir déterminer si des vecteurs de l'espace sont colinéaires ou non :*

Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\3\\-9\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}8\\-4\\10\end{pmatrix}$. Détermine si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires, $\vec{u}$ et $\vec{w}$.

....

....

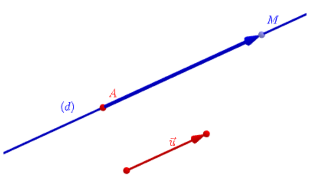
....

☺ Représentations paramétriques d'une droite.

Propriété : Soit (d) une droite passant par $A(x_A\,;y_A\,;\,z_A)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$.

Soit $M(x\,;y\,;z)$ un point de l'espace alors $M\in(d)\Leftrightarrow$ il existe un réel t tel que $\begin{cases}x=x_A+at\\y=y_A+bt\\z=z_A+ct\end{cases}$

Ce système s'appelle une représentation paramétrique de la droite (d).



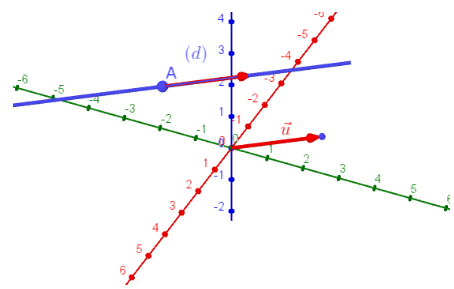
....

....

....

....

....



☑*Savoir-faire : Savoir déterminer une représentation paramétrique d'une droite:*

Détermine une représentation paramétrique de (d) passant par $A(2\,;-1\,;\,3)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\0\\2\end{pmatrix}$.

Les points $B(-4\,;-1\,;\,7)$ et $C(11\,;-1\,;\,-2)$ appartiennent-ils à (d) ?

....

....

....

....

....

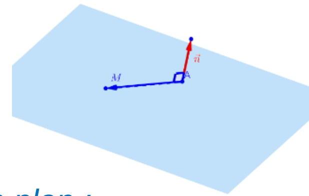
....

....

II. Équations cartésiennes de plan.

☺ Caractérisation d'un plan défini par un point et un vecteur normal.

Propriété : Soit A un point et $\vec{n}$ un vecteur.
Le plan (P) passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$
est l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0$.



☑*Savoir-faire : Savoir déterminer si un point appartient à un plan :*

Soit (P) le plan passant par $A(-1\,;\,3\,;\,2\,)$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix}$

Les points $B(0\,;\,2\,;\,-3\,)$ et $C(1\,;\,3\,;\,-1)$ appartiennent-il à (P) ?

....

....

....

☺ Équations cartésiennes de plan.

Propriété : Le plan (P) passant par $A\ (x_A\,;\ y_A\ ;\ z_A)$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$
est l'ensemble des points $M\ (x\,;\ y\ ;\ z)$ dont les coordonnées vérifient l'équation :
$ax + by + cz + d = 0$ avec $d = -ax_A - b\,y_A - c\,z_A$
Cette équation est une équation cartésienne du plan (P).

Démonstration exigible :

....

....

....

....

....

Propriété : Soit d un nombre réel,
L'ensemble des points $M\ (x\,;\ y\ ;\ z)$ tels que $ax + by + cz + d = 0$
est un plan (P) de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$.

☑*Savoir-faire : Savoir déterminer une équation cartésienne d'un plan :*

Détermine une équation cartésienne du plan (P) passant par $A(-1\,;\,2\,;\,1\,)$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\-3\\1\end{pmatrix}$

....

....

....

Les points $B(1\,;\,1\,;\,8\,)$ et $C(2\,;\,-1\,;\,1)$ appartiennent-il à (P) ?

....

....

III. Intersection d'un plan et d'une droite.

☺ Intersection d'une droite et d'un plan.

☑*Savoir-faire : Savoir déterminer l'intersection d'une droite et d'un plan :*

Soit (P) le plan qui a pour équation $2x - y + 3z - 2 = 0$ et deux points $A(1\ ;\ 2\ ;\ -3\ )$ et $B(-1\ ;\ 2\ ;\ 0\ )$.
1) Démontre que la droite (AB) et le plan (P) sont sécants.
2) Détermine les coordonnées de leur point d'intersection.

……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……

☺ Cas du projeté orthogonal.

☑*Savoir-faire : Savoir déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur un plan :*

Soit (P) le plan qui a pour équation $3x - 2y + z - 1 = 0$ et le point $A(1\ ;\ 2\ ;\ -3\ )$.
1) Démontre que A n'appartient pas au plan (P).
2) Détermine les coordonnées de H le projeté ortogonal de A sur (P).
3) En déduire la distance entre le point A et le plan (P).

……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……