

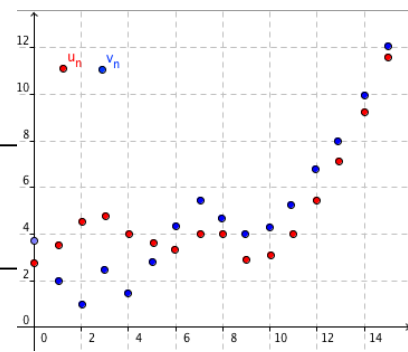
V. Limites et comparaison.

1) Théorèmes de comparaison

Théorème 1

Soit (u_n) et (v_n) deux suites définies sur $\mathbb{N}$.

Si, à partir d'un certain rang, $u_n \leq v_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$.



Démonstration (exigible BAC) :

Théorème 2

Soit (u_n) et (v_n) deux suites définies sur $\mathbb{N}$.

Si, à partir d'un certain rang, $u_n \geq v_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$.

☑ Savoir-faire : Savoir déterminer une limite par comparaison: Déterminer la limite suivante $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 + (-1)^n)$

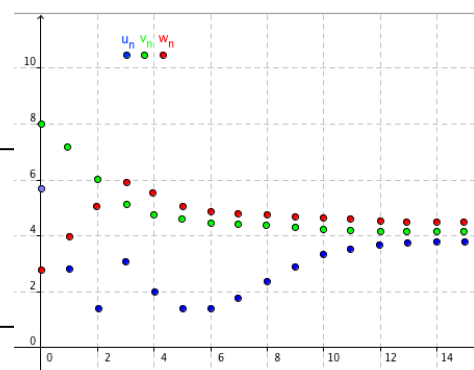
2) Théorème d'encadrement

Théorème des gendarmes

Soit (u_n) , (v_n) et (w_n) trois suites définies sur $\mathbb{N}$.

Si, à partir d'un certain rang, $u_n \leq v_n \leq w_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = L$

alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = L$.



Démonstration :

☑ Savoir-faire : Savoir déterminer une limite par encadrement : Déterminer la limite suivante $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{\sin n}{n}\right)$