

EXERCICE 4**5 points**

Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les points :

$$A(1; 2; 7), \quad B(2; 0; 2), \quad C(3; 1; 3), \quad D(3; -6; 1) \text{ et } E(4; -8; -4).$$

1. Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
2. Soit $\vec{u}(1; b; c)$ un vecteur de l'espace, où b et c désignent deux nombres réels.
 - a. Déterminer les valeurs de b et c telles que \vec{u} soit un vecteur normal au plan (ABC).
 - b. En déduire qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est :
 $x - 2y + z - 4 = 0$.
 - c. Le point D appartient-il au plan (ABC) ?
3. On considère la droite \mathcal{D} de l'espace dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = -4t + 5 \\ z = 2t - 1 \end{cases} \text{ où } t \text{ est un nombre réel.}$$

- a. La droite \mathcal{D} est-elle orthogonale au plan (ABC) ?
 - b. Déterminer les coordonnées du point H, intersection de la droite \mathcal{D} et du plan (ABC).
4. Étudier la position de la droite (DE) par rapport au plan (ABC).