

devoir de mathématiques n°3*Durée : 1 heure. Calculatrice autorisée.***Exercice I. Fonction dérivée : démonstration**

(2 points)

Soit  $a$  un nombre réel. En calculant le nombre dérivé de la fonction  $f : x \rightarrow x^2$  en  $a$ ,  
Prouve que l'expression de la fonction dérivée de  $f$  est  $f'(x) = 2x$ .

**Exercice II. Troisième degré classique**

(6 points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 6$ .

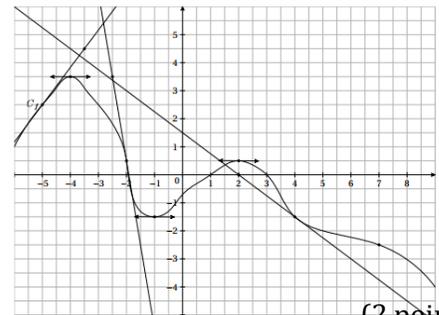
- Détermine par la définition le nombre dérivé de  $f$  en 0.
- Déterminer l'expression de  $f'(x)$ .
- Étudie le signe de  $f'(x)$ .
- En déduire le tableau de variations de  $f$ .
- Précise les extrémums locaux de  $f$ .
- Détermine l'équation de la tangente à  $C_f$  en 0.

**Exercice III. Lecture graphique**

(3 points)

Voici la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ ,  
Ainsi que certaines de ses tangentes.

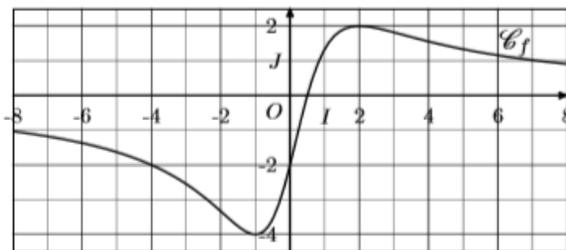
- D'après le graphique, donner la valeur :  
 $f'(-5)$ ,  $f'(-4)$ ,  $f'(-2)$  et  $f'(4)$ .
- Déterminer l'équation de la tangente à  $C_f$  au point d'abscisse 4 et celle au point d'abscisse 2.
- Etablir le tableau de signes de  $f'$ .



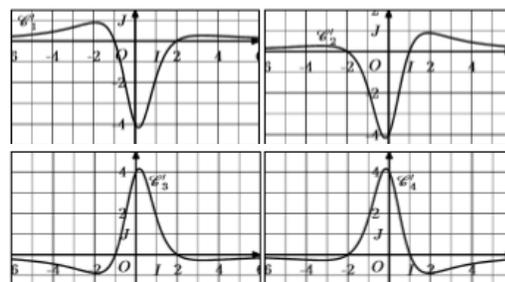
(2 points)

**Exercice IV. Fonction dérivée**

On considère la fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  qui admet dans le repère  $(O; I; J)$  la courbe  $\mathcal{C}_f$  pour représentation :



Parmi les quatre courbes  $\mathcal{C}'_1$ ,  $\mathcal{C}'_2$ ,  $\mathcal{C}'_3$  et  $\mathcal{C}'_4$  présentées ci-dessous, déterminer la courbe représentative de la fonction  $f'$ , dérivée de la fonction  $f$ . Justifier votre choix :

**Exercice V. Modélisation**

(6 points)

Une marque de soda lancée une campagne de publicité pour promouvoir une nouvelle boisson auprès des jeunes. La fréquence de jeunes connaissant ce soda est modélisée par la fonction  $p$  définie sur  $[0, +\infty[$  par

$p(t) = \frac{2t+1}{2t+4}$  où  $t$  désigne le nombre de mois écoulés depuis le début de la campagne.

- Quel est le pourcentage de jeunes qui connaissent le soda au début de la campagne ?
- Quel est le pourcentage de jeunes qui connaissent le soda au bout d'un mois de campagne ?
- Montrer que  $p'(t) = \frac{6}{(2t+4)^2}$ .
- En déduire le sens de variation de la fonction  $p$  sur  $[0, +\infty[$ .
- Résoudre l'équation  $p(t) = 0,75$ . Interpréter le résultat.
- Au bout de combien de temps 90% des jeunes connaîtront-ils cette nouvelle boisson ?