2°

Devoir de mathématique n° 10.

LFVH

2018-2019

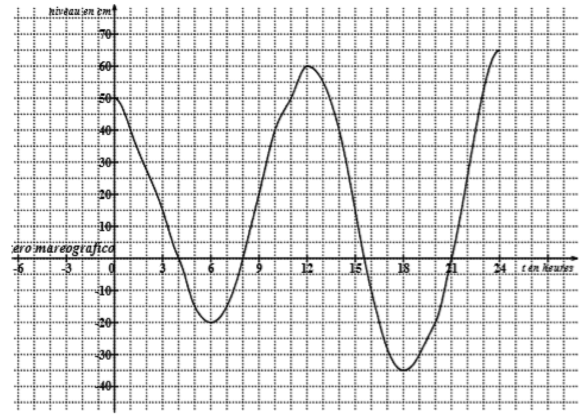
. Durée du devoir : 2h. Calculatrice autorisée.

Exercice 1 : Lecture graphique, cadeau / 3

Sur la place San Marco à Venise, adossé au Campanile, se trouve un enregistreur de marée. Pour la journée du 10 octobre 2014, on peut lire le graphique suivant :

À partir du zéro de marée (zero mareografico), on porte en ordonnée la différence de niveau en cm. Par exemple, à 12h, c'est la marée haute correspondant à une différence de niveau de 60 cm. On appelle d la fonction qui, à chaque temps t, en heures, associe la différence de niveau d (t) en cm.

La place San Marco est inondée si la différence de niveau est strictement supérieure à 50 cm.



1. **a.** Donne la valeur de d(16)

b. Résoudre l'équation d(t) = 40.

2. Etablir le tableau de variations de la fonction d.

3. Entre 0 et 24 h, sur quel(s) intervalle(s) de temps, la marée est-elle montante ?

4. Quel est le minimum de la fonction d sur l'intervalle [0 ; 12] ? À quelle heure ce minimum est-il obtenu ?

5. Si le niveau descend à plus de 20 cm en dessous du niveau 0, les petits canaux de la ville ne sont plus navigables. Sur quel(s) intervalle(s) de temps cela arrive-t-il ?

6. **a.** Résoudre l'inéquation d (t) > 50.

b. Interpréter cette situation pour la ville de Venise.

Exercice 2 : *Second degré.* / 7

Partie A

On considère la fonction f qui a pour expression $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$.

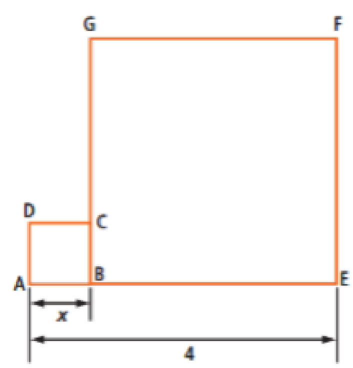
1. Déterminer l'image de -1par f.
2. Déterminer les antécédents de 6 par f.
3. Déterminer la forme canonique de $f(x)$.
4. Prouve, avec la définition de la croissance, que f est croissante sur] 2 ; +∞ [.
5. Etablir le tableau de variations de f.
6. Préciser les maximum et minimum de f.

Partie B

1. Déterminer le signe du produit $(2 - 2x)(3 - x)$ à l'aide d'un tableau de signe.
2. Démontrer que pour tout réel x on a : $(2 - 2x)(3 - x) = 2x^2 - 8x + 6$.
3. En déduire les solutions dans R de l'inéquation $2x^2 - 8x + 6 > 0$.

Partie C

Sur la figure ci-contre, ABCD et BEFG sont des carrés tels que B appartient au segment [AE] et C appartient au segment [GB]. De plus AE = 4 cm. Le but est de déterminer les réels positifs x tels que la somme des aires de ces deux carrés soit strictement supérieure à 10 cm².



1. À quel intervalle appartient x ?

2. Exprimer l'aire du carré ABCD en fonction de x.

3. **a.** Exprimer la longueur BE en fonction de x.

b. En déduire l'aire du carré BEFG en fonction de x.

4. Montrer que la somme des aires des deux carrés en fonction de x est donnée par l'expression $2x^2 - 8x + 16$.

5. En déduire de la question 4. puis de la Partie A, tous les réels positifs x tels que la somme des aires de ces deux carrés soit strictement supérieure à 10 cm².

Exercice 3 : *Géométrie analytique.* / 3

Dans un repère orthonormé, on considère les points A(3 ; 0), B(-1 ;-3), C(-3 ; 2) et D (1 ; 5).

1. a. Calcule la longueur BC.

b. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$

c. Que peut-on en déduire sur la nature du quadrilatère ABCD ?

2. Soit le point M tel que : $\overrightarrow{AM} = 2\,\overrightarrow{CD}$

a. Calculer les coordonnées du point M.

b. Les points A, B et M sont-ils alignés ? Justifier.

3. Détermine l'équation réduite de la droite (AB).

Exercice 4 : *Statistiques.* / 4

Le tableau ci-dessous indique les capacités des disques durs, en Go, des ordinateurs d'un magasin.

Capacité (en Go)	80	160	250	320	500	800	1000	1150
Effectif	2	9	11	7	5	2	4	3

Partie A

1. Déterminer la moyenne de cette série.

2. Déterminer la médiane de cette série. Justifier.

3. Déterminer le premier quartile Q_1 et le troisième quartile Q_3. Justifier.

4. Déterminer l'étendue de cette série.

5. Quel est le pourcentage d'ordinateurs dont la capacité est de 500 Go ou plus.

Partie B

1. Construire le tableau des fréquences exprimées en pourcentages de cette série statistique.

2. Construire le tableau des fréquences cumulées croissantes de cette série statistique.

3. Tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes.

4. Retrouver sur cette courbe la médiane et les quartiles de la série, les traces doivent être apparentes.

Exercice 5 : *Géométrie analytique et fonctions.* / 3

Dans un repère orthonormé (O ; I ; J) On considère le point A(-2 ;3) et la droite (d) : y=2x+1.
L'objectif est de déterminer les coordonnées du point de (d) le plus proche de A.

Partie A : Avec la géométrie :

On rappelle que : *deux droites sont perpendiculaires lorsque le produit de leur coefficient directeur est égal à -1.*

1. Soit (d') la droite perpendiculaire à (d) passant par A. Prouve que son équation est $y = -\frac{1}{2}x + 2$.
2. En déduire les coordonnées du point d'intersection de (d) et (d´).

Partie B : Avec les fonctions :

1. Soit x un nombre et B(x, $2x+1$) le point de (d) qui a pour abscisse x.
   Montre que $AB^2 = 5x^2 - 4x + 8$.
2. Soit f la fonction définie sur R par f(x)= $5x^2 - 4x + 8$.
   a) Etablir le tableau de variations de f.
   b) En déduire que f possède un minimum.