

VI. Application à l'économie : Recherche d'un bénéfice maximum.

Une entreprise fabrique un produit. La production mensuelle ne peut pas dépasser 15 000 articles. Le coût total, exprimé en milliers d'euros, de fabrication de x milliers d'articles est modélisé par la fonction C définie sur $]0;15]$ par : $C(x) = 0,5x^2 + 0,6x + 8,16$.
La représentation graphique de la fonction coût total est donnée ci-dessous.

1) Chaque article fabriqué est vendu au prix unitaire de 8 €. On désigne par $R(x)$ le montant en milliers d'euros de la recette mensuelle obtenue pour la vente de x milliers d'articles.

a) Exprimer $R(x)$ en fonction de x .

.....

b) Tracer la courbe D représentative de la fonction recette.

.....

c) Par lecture graphique déterminer :

♦ L'intervalle dans lequel doit se situer la production x pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif

.....

.....

♦ La production x_0 pour laquelle le bénéfice est maximal.

.....

2) On désigne par $B(x)$ le bénéfice mensuel, en milliers d'euros, réalisé lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles.

a) Montrer que le bénéfice exprimé en milliers d'euros, lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles, est donné par $B(x) = -0,5x^2 + 7,4x - 8,16$. avec $x \in]0;15]$.

.....

.....

b) Étudier le signe de $B(x)$. En déduire la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice.

.....

x	
Signes de $B(x)$	

c) Étudier les variations de la fonction B sur $]0;15]$. En déduire le nombre d'articles qu'il faut fabriquer et vendre chaque mois pour obtenir un bénéfice maximal. Quel est le montant en euro, de ce bénéfice maximal ?

.....

x	
Variations de $B(x)$	

.....

.....

.....