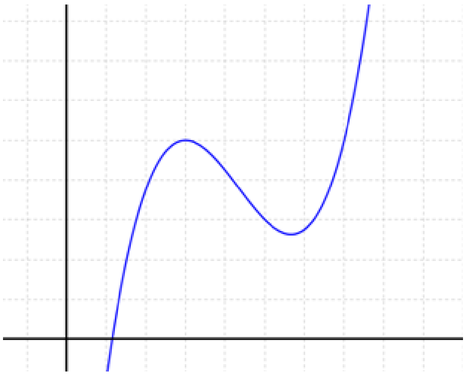
Convention
Il est convenu que, dans un tableau de variation de fonction, les flèches obliques indiquent que la fonction est continue et strictement monotone.

Propriété (admise)

Une fonction dérivable sur un intervalle I est continue sur I.

II. Théorème des valeurs intermédiaires.



Soit f une fonction définie et continue sur un intervalle I.
Soient $a \in I$ et $b \in I$, pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$,
il existe au moins un réel c compris entre a et b tel que $f(c) = k$.

....
....
....

Théorème des valeurs intermédiaires

Soit f une fonction définie et continue sur un intervalle $[a ; b]$. *Pour tout nombre réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$,* l'équation $f(x)= k$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[a ; b]$.

☑*Savoir faire : Savoir prouver l'existence d'au moins une solution d'une équation de la forme $f(x)= k$:*

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = x^3 - 9x^2 + 26x - 25$.

Montrer que l'équation (E) : $f(x)= -1$ *admet au moins une solution sur [1 ; 5].*

....
....
....
....

Remarque 1 :
La continuité de la fonction f est une hypothèse essentielle du théorème. Si la fonction f n'est pas continue, il est possible que pour un réel k compris entre f(a) et f(b), il n'existe aucun réel c compris entre a et b tel que f(c) = k.

Théorème des valeurs intermédiaires et solution unique

Soit f une fonction définie, continue et strictement monotone sur un intervalle $[a ; b]$. *Pour tout nombre réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$,* l'équation $f(x)= k$ admet une unique solution dans l'intervalle $[a ; b]$.

☑*Savoir faire : Savoir prouver l'existence d'une unique solution d'une équation de la forme $f(x)= k$:*

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = x^3 + x$.

Montrer que l'équation (E) : $f(x)= 5$ admet une unique solution sur [1 ; 2].

....
....
....
....
....
....
....