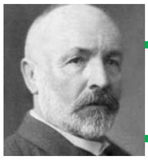
Intervalles de $\mathbb{R}$.



Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor *(1845 ; 1918) mathématicien russe, Il est connu pour être le créateur de la théorie des ensembles.*

I. La droite numérique.

Définition : On appelle droite numérique une droite graduée.

Propriété :
- ♦ Tout nombre réel est l'abscisse d'un unique point de la droite numérique.
- ♦ Á chaque point de la droite numérique correspond un unique nombre réel.

Il y a donc une correspondance parfaite entre l'ensemble des nombres réels et la droite numérique.

☺ Rappel : les nombres constructibles.

II. Intervalles de $\mathbb{R}$.

☺ Intervalles fermés.

Définition : Soit a et b deux nombres réels tels que $a < b$.
On appelle intervalle fermé de bornes a et b l'ensemble des nombres x qui vérifient $a \leq x \leq b$.
On le note $[\,a\,;b\,]$.

Vrai ou faux : ♦ -1 $\in [-5\,;4\,]$: ....

♦ 8 $\in [-4\,;6\,]$: ....

Remarque : Un intervalle est une partie de l'ensemble des nombres réels, donc on peut le représenter comme une partie de la droite numérique :

Représentation de $[\,1\,;3\,]$: 

☺ Intervalles ouverts.

Définition : Soit a et b deux nombres réels tels que $a < b$.
On appelle intervalle ouvert de bornes a et b l'ensemble des nombres x qui vérifient $a < x < b$.
On le note $]\,a\,;b\,[$.

Vrai ou faux : ♦ -1 $\in\,]-3\,;4\,[$: ....

♦ 4 $\in\,]-3\,;4\,[$: ....

Logique : ♦ Si $x > 2$ alors $x \geq 2$: ....

♦ Si $x \geq 2$ alors $x > 2$: ....

Remarque : On peut représenter l'ensemble de tous les réels par un intervalle : $\mathbb{R} =]-\infty ; +\infty[$.

Attention : ∞ n'est pas un nombre, c'est une idée. Les crochets sont toujours ouverts.

III. Différentes représentation d'un intervalle.

$x \in [\,2 ; 3\,]$		
	$1 < x < 5$	
$x \in]1 \,; 3\,]$		
	$1 \leq x$	
$x \in]-\infty \,; -2\,[$		

IV. Intersection d'intervalles.

Définition : Soit I et J deux intervalles.
On appelle .... de I et de J l'ensemble des nombres x qui appartiennent à ....

Exemple : ♦ $I = [-2 \,; 3\,]$ et $J = [1 \,; 5\,]$.

Alors $I \cap J =$..

♦ $I =]-2 \,; 1[$ et $J = [0 \,; 2\,]$.

Alors $I \cap J =$..

♦ $I =]-3 \,; -2\,[$ et $J = [1 \,; 3\,]$.

Alors $I \cap J =$..
....

V. Réunion d'intervalles.

Définition : Soit I et J deux intervalles.
On appelle .... de I et de J l'ensemble des nombres x qui appartiennent à ....

Exemple : ♦ $I = [-2 \,; 3\,]$ et $J = [1 \,; 5\,]$.

Alors $I \cup J =$..

♦ $I =]-2 \,; -1[$ et $J = [0 \,; 2\,]$.

Alors $I \cup J =$..
....

VI. Encadrement d'un nombre réel.

Avec la calculatrice, on trouve $\sqrt{2} \approx$ ....

♦ Encadrement à l'unité près : .... $< \sqrt{2} <$......... , $\sqrt{2} \in$ ....

♦ Encadrement au dixième près : .... $< \sqrt{2} <$......... , $\sqrt{2} \in$ ....

♦ Encadrement au centième près : .... $< \sqrt{2} <$......... , $\sqrt{2} \in$ ....

....

....

VII. Distance entre deux nombres.

Définition : Soit a et b deux nombres réels, et Aet B les points de la droite numérique d'abscisse respectives a et b.
On appelle ....
la distance ....
On la note $|b - a|$

Exemples : ♦ $|5 - 3| =$ ....

♦ $|3 + 4| =$ ....= ....

♦ $|-3| =$ ....= ....

♦ $|3| =$ ....= ....

Définition : Pour tout nombre réel a,
la distance entre a et 0 s'appelle valeur absolue du nombre a et se note $|a|$.

Propriété : Pour tous nombres réels a et b,

♦ Si $a \geq 0$ alors $|a| = a$. ♦ Si $a < 0$ alors $|a| = -a$.

♦ $|a| = |-a|$. ♦ $|b - a| = |a - b|$.

☑ ***Savoir-faire : Savoir résoudre une équation avec la valeur absolue.***

1) Trouve tous les nombres x tels que $|x| = 5$.

....

2) Résoudre l'équation (E_1): $|x - 3| = 4$.

....

3) Résoudre l'équation (E_2): $|x + 2| = 4$.

....

☑ ***Savoir-faire : Savoir résoudre une inéquation avec la valeur absolue.***

1) Résoudre l'équation (I_1): $|x - 1| \leq 2$.

....

2) Résoudre l'équation (I_1): $|x + 1| < 3$.

....

3) Résoudre l'équation (I_2): $|x - 2| > 3$.

....