

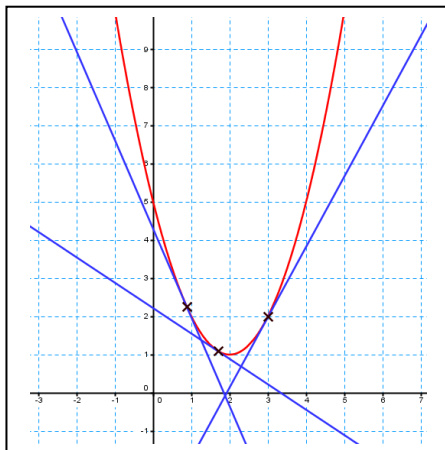
Fonctions convexes.

I. Fonctions convexes et fonctions concaves.

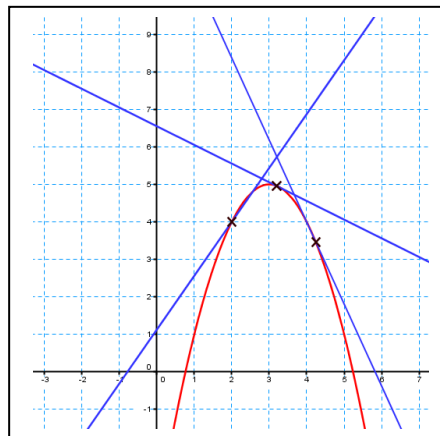
Définition

Soit une fonction f dérivable sur un intervalle I .

- ◆ La fonction f est convexe sur I si, sur l'intervalle I , sa courbe représentative est entièrement située au-dessus de chacune de ses tangentes.
- ◆ La fonction f est concave sur I si, sur l'intervalle I , sa courbe représentative est entièrement située en dessous de chacune de ses tangentes.



Fonction convexe



Fonction concave

☑ Savoir faire : Savoir définir la convexité des fonctions de référence :

- La fonction carré est sur
- La fonction cube est sur et sur
- La fonction inverse est sur et sur
- La fonction racine carrée est sur et sur

II. Convexité et fonction dérivée.

Propriété

Soit une fonction f définie et dérivable sur un intervalle I .

- ◆ La fonction f est convexe sur I si sa dérivée f' est croissante sur I .
- ◆ La fonction f est concave sur I si sa dérivée f' est décroissante sur I .

Remarque : On appelle dérivée seconde d'une fonction la dérivée de sa dérivée, on la note $f''(x)$. On peut traduire la propriété avec le signe de la dérivée seconde.

Propriété

Soit une fonction f définie sur un intervalle I , si la dérivée seconde f'' existe sur I alors :

- ◆ La fonction f est convexe sur I si sa dérivée seconde f'' est sur I .
- ◆ La fonction f est concave sur I si sa dérivée seconde f'' est sur I .