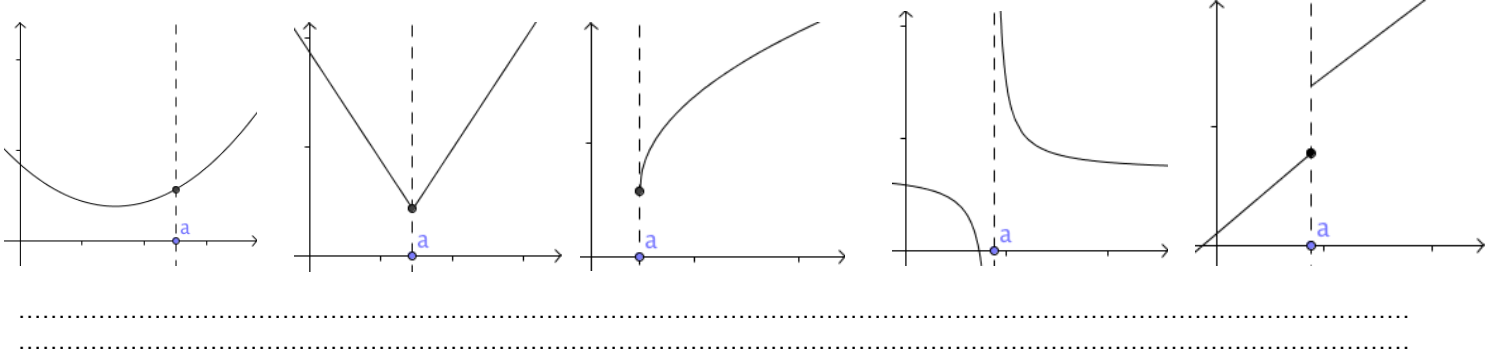


Continuité.

I. Fonctions continues.

Exemples et contre-exemples :



Définition

Soit une fonction f définie sur un intervalle I contenant un réel a .

- f est continue en a si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

- f est continue sur I si f est continue en tout point de I .

Exemples :

- Les fonctions $x \mapsto |x|$, $x \mapsto x^n$ ($n \in \mathbb{N}$) et plus généralement les fonctions polynômes sont continues sur $\mathbb{R}$.
- Les fonctions $x \mapsto \sin x$ et $x \mapsto \cos x$ sont continues sur $\mathbb{R}$.
- La fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ est continue sur $[0; +\infty[$.
- La fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est continue sur $] -\infty; 0[$ et sur $] 0; +\infty[$.

Remarque :

Les flèches obliques d'un tableau de variation traduisent la continuité et la stricte monotonie de la fonction sur l'intervalle considéré.

Théorème (admis)

Une fonction dérivable sur un intervalle I est continue sur cet intervalle.

☑ Savoir-faire : Savoir étudier la continuité d'une fonction.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$\text{par : } \begin{cases} f(x) = x + 5 & \text{si } x < -2 \\ f(x) = -x & \text{si } -2 \leq x \leq 0 \\ f(x) = x^2 & \text{si } 0 < x \end{cases}$$

La fonction f est-elle continue sur $\mathbb{R}$?

