

## EXERCICE 4

7 points

Commun à tous les candidats

## Partie A

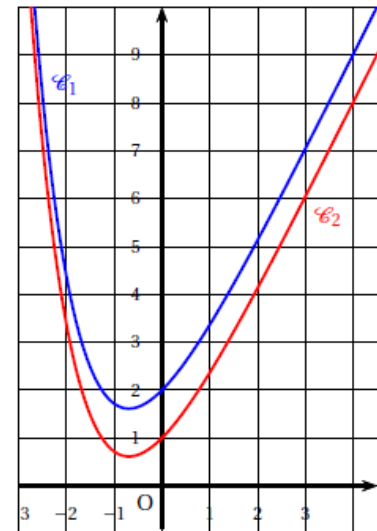
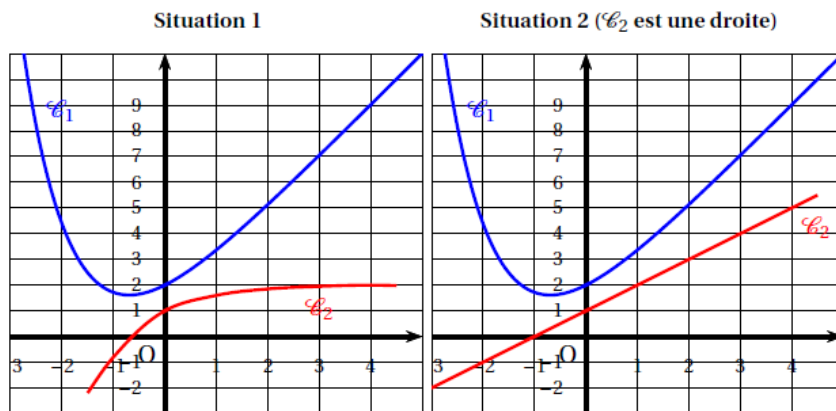
$f$  est une fonction définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .  $f'$  est la fonction dérivée de la fonction  $f$ .

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, on nomme  $\mathcal{C}_1$  la courbe représentative de la fonction  $f$  et  $\mathcal{C}_2$  la courbe représentative de la fonction  $f'$ .

Le point A de coordonnées (0; 2) appartient à la courbe  $\mathcal{C}_1$ .

Le point B de coordonnées (0; 1) appartient à la courbe  $\mathcal{C}_2$ .

1. Dans les trois situations ci-dessous, on a dessiné la courbe représentative  $\mathcal{C}_1$  de la fonction  $f$ . Sur l'une d'entre elles, la courbe  $\mathcal{C}_2$  de la fonction dérivée  $f'$  est tracée convenablement. Laquelle? Expliquer le choix effectué.



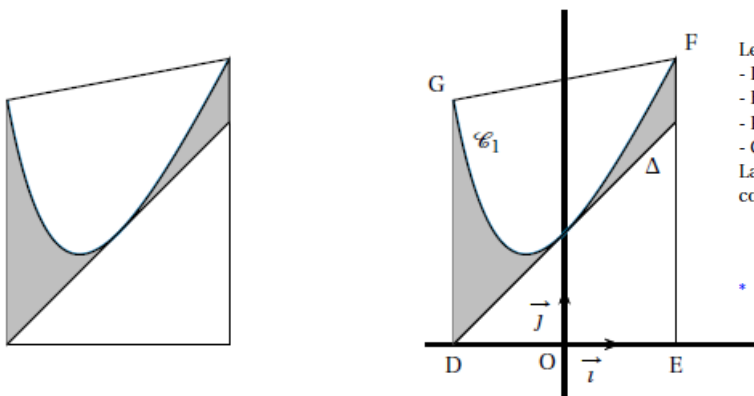
- Déterminer l'équation réduite de la droite  $\Delta$  tangente à la courbe  $\mathcal{C}_1$  en A.
- On sait que pour tout réel  $x$ ,  $f(x) = e^{-x} + ax + b$  où  $a$  et  $b$  sont deux nombres réels.
  - Déterminer la valeur de  $b$  en utilisant les renseignements donnés par l'énoncé.
  - Prouver que  $a = 2$ .
- Étudier les variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- Déterminer la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$ .

## Partie B

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = f(x) - (x+2)$ .

- Montrer que la fonction  $g$  admet 0 comme minimum sur  $\mathbb{R}$ .
- En déduire la position de la courbe  $\mathcal{C}_1$  par rapport à la droite  $\Delta$ .

La figure 2 ci-dessous représente le logo d'une entreprise. Pour dessiner ce logo, son créateur s'est servi de la courbe  $\mathcal{C}_1$  et de la droite  $\Delta$ , comme l'indique la figure ci-dessous. Afin d'estimer les coûts de peinture, il souhaite déterminer l'aire de la partie colorée en gris.



Le contour du logo est représenté par le trapèze DEFG où :

- D est le point de coordonnées (-2; 0),
- E est le point de coordonnées (2; 0),
- F est le point d'abscisse 2 de la courbe  $\mathcal{C}_1$ ,
- G est le point d'abscisse -2 de la courbe  $\mathcal{C}_2$ .

La partie du logo colorée en gris correspond à la surface située entre la droite  $\Delta$ , la courbe  $\mathcal{C}_1$ , la droite d'équation  $x = -2$  et la droite d'équation  $x = 2$ .

- Calculer, en unités d'aire, l'aire de la partie du logo colorée en gris (on donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie à  $10^{-2}$  du résultat).