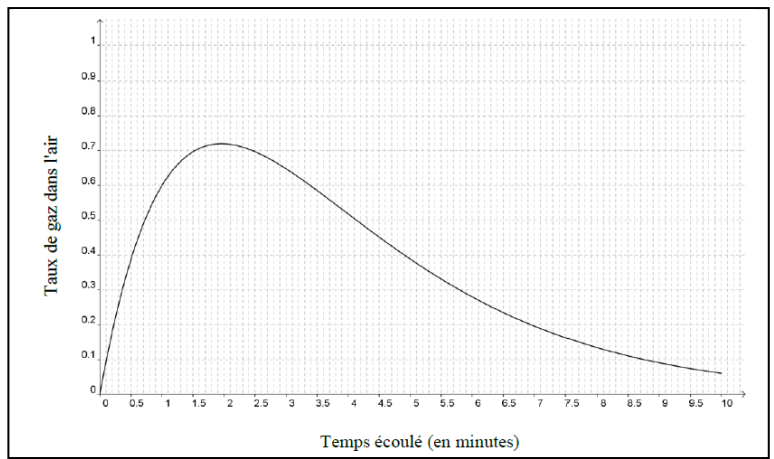


Exemple type Bac :

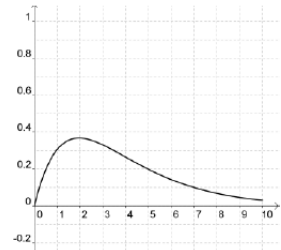
**Partie A**

Un dépôt de gaz à usage domestique (butane, propane, ...) a été étudié de telle sorte que, en cas d'accident du réservoir, l'évolution du taux de gaz dans l'air du dépôt soit modélisée par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 10]$  par :

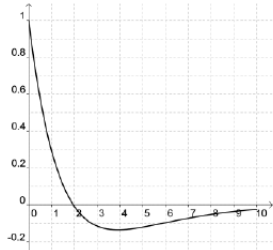
$f(x) = x \times 0,6^x$ , où  $x$  désigne le nombre de minutes écoulées après l'accident. On donne ci-dessous la représentation graphique de  $f$  sur  $[0 ; 10]$ .



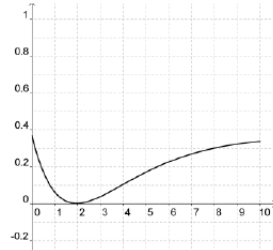
**1. a.** Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction dérivée  $f'$  de  $f$ . Préciser laquelle en justifiant la réponse.



Courbe A



Courbe B



Courbe C

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**b.** La fonction dérivée  $f'$  de  $f$  est définie sur  $[0 ; 10]$  par  $f'(x) = (1 + \alpha x) 0,6^x$ , où  $\alpha \approx -0,51$ .

Expliquer pourquoi on peut estimer que le taux de gaz dans l'air est maximal au bout d'environ 1,96 minute. En déduire ce taux maximal, arrondi à 0,01 près.

.....  
 .....

**2.** Suivant le taux de gaz dans l'air, le mélange peut présenter un danger d'explosion. La limite inférieure d'explosivité (LIE) est de 20 %. En dessous, le mélange air-gaz est trop pauvre pour exploser. La limite supérieure d'explosivité (LSE) est de 40 %. Au-dessus, le mélange air-gaz est trop riche pour exploser. Estimer par simple lecture graphique pendant combien de temps, après que le taux maximal a été atteint, le mélange air-gaz a été explosif.

.....  
 .....

**Partie B**

Le propriétaire du dépôt de gaz se voit proposer un autre type d'installation. En cas d'accident du réservoir, l'évolution du taux de gaz dans l'air du dépôt serait alors modélisée par la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 10]$  par  $g(x) = 2,5 x e^{-x}$ , où  $x$  désigne le nombre de minutes écoulées après l'accident.

**1.** Calculer  $g(10)$ , arrondi à 0,001 près.

.....

**2.** Établir que, pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[0 ; 10]$ ,  $g'(x) = 2,5 e^{-x} (1 - x)$ .

.....  
 .....

**3. a.** Résoudre dans l'intervalle  $[0 ; 10]$  l'inéquation  $2,5 e^{-x} (1 - x) / 0$ .

.....  
 .....

**b.** En déduire le tableau de variation complet de la fonction  $g$  sur l'intervalle  $[0 ; 10]$ .

.....  
 .....

**4. a.** Montrer que les équations  $g(x) = 0,2$  et  $g(x) = 0,4$  admettent chacune une solution unique sur l'intervalle  $[1 ; 10]$ .

.....  
 .....

**b.** À l'aide de la calculatrice, donner un arrondi à 0,01 près de chacune de ces deux solutions. Donner une estimation de la durée d'explosivité, après que le taux maximal.

.....