☑ Liban 2013 :

Partie A

On considère la fonction C définie sur l'intervalle $[5\,;60]$ par :

$$C(x)=\frac{e^{0,1x}+20}{x}.$$

1. On désigne par C' la dérivée de la fonction C.

Montrer que, pour tout $x\in[5\,;60]$, $C'(x)=\dfrac{0,1xe^{0,1x}-e^{0,1x}-20}{x^2}$.

2. On considère la fonction f définie sur $[5\,;60]$ par $\quad f(x)=0,1xe^{0,1x}-e^{0,1x}-20$.

a. Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $[5\,;60]$.

b. Montrer que l'équation $f(x)=0$ possède une unique solution α dans $[5\,;60]$.

c. Donner un encadrement à l'unité de α.

d. En déduire le tableau de signes de $f(x)$ sur $[5\,;60]$.

3. En déduire le tableau de variations de C sur $[5\,;60]$.

4. En utilisant le tableau de variations précédent, déterminer le nombre de solutions des équations suivantes :

a. $C(x)=2$.

b. $C(x)=5$.

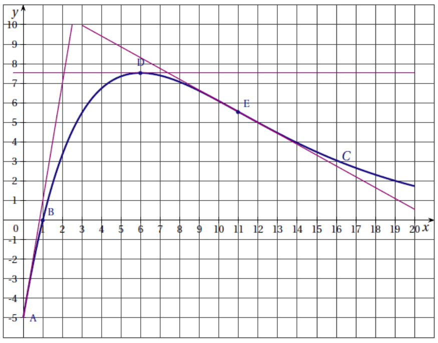
Partie B

Une entreprise fabrique chaque mois x vélos de course, avec x appartenant à l'intervalle $[5\,;60]$.
Le coût moyen de fabrication, exprimé en milliers d'euros, pour une production de x vélos de course, est donné par la fonction C définie dans la partie A.
Déterminer le nombre de vélos à produire pour que le coût de fabrication moyen soit minimal.

☑ Antilles- Guyane 2013 :

Partie A

On a représenté ci-dessous, dans le plan muni d'un repère orthonormal, la courbe représentative C d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;20]$. On a tracé les tangentes à la courbe C aux points A, D et E d'abscisses respectives 0 ; 6 et 11. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.



Par lecture graphique (aucune justification n'est demandée) :

1. Donner les valeurs exactes de $f(0)$, $f(1)$, $f'(0)$ et $f'(6)$.

2. Indiquer si la courbe C admet un point d'inflexion. Si oui, préciser ce point.

3. Déterminer un encadrement, d'amplitude 4, par deux nombres entiers de $I=\displaystyle\int_4^8 f(x)\,dx$.

4. Indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x)=4$. Préciser un encadrement de la (ou des) solution(s) à l'unité.

Partie B

La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;20]$ par $f(x)=(5x-5)e^{-0,2x}$.

1. Montrer que $f'(x)=(-x+6)e^{-0,2x}$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;20]$.

2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0\,;20]$.

b. Dresser le tableau de variations de f sur $[0\,;20]$. On fera apparaître les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(6)$.

3. Justifier que l'équation $f(x)=4$ admet une unique solution α sur $[0\,;6]$. Donner la valeur arrondie au millième de α.

4. **a.** Montrer que la fonction F définie sur $[0\,;20]$ par $F(x)=(-25x-100)e^{-0,2x}$ est une primitive de f sur $[0\,;20]$.

b. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[4\,;8]$. Donner sa valeur exacte.

Partie C

Une entreprise fabrique x centaines d'objets où x appartient à $[0\,;20]$. La fonction f des parties A et B modélise le bénéfice de l'entreprise en milliers d'euros, en supposant que toute la production est vendue.
Répondre aux questions suivantes en utilisant les résultats précédents, et en admettant que l'équation $f(x)=4$ admet une autre solution β sur $[6\,;\ 20]$ dont la valeur arrondie au millième est 13,903.

1. Quelle doit être la production de l'entreprise pour réaliser un bénéfice d'au moins 4000 € ? (Arrondir à l'unité).

2. L'entreprise pense produire régulièrement entre 400 et 800 objets.
Déterminer alors la valeur moyenne du bénéfice. (On donnera le résultat arrondi à l'euro près).