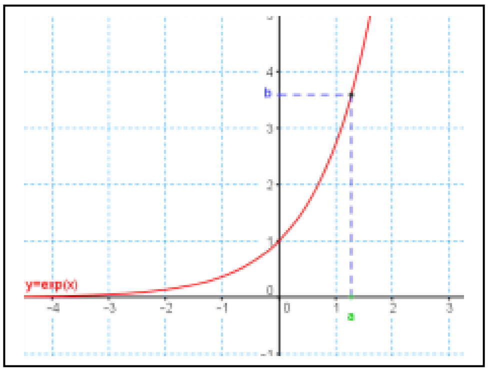
Fonction logarithme népérien.



I. Définition.

La fonction exponentielle est continue, positive et strictement croissante sur IR. Pour tout nombre $b > 0$, la droite qui a pour équation $y=b$ coupe la courbe représentative de la fonction exponentielle en un unique point. Donc le nombre b admet un unique antécédent par la fonction exp. On note ce nombre $a=ln(b)$.

Définition

On appelle <u>logarithme népérien</u> d'un réel strictement positif b, l'unique solution de l'équation (E) : $e^x = b$. On note ce nombre $ln(b)$.

La <u>fonction logarithme népérien</u>, notée ln, est la fonction définie sur] 0 ; +∞ [par $ln : x \mapsto ln(x)$.

<u>Exemple :</u>

L'équation (E) : $e^x = 3$ admet une unique solution. Il s'agit de x =….. .

A l'aide de la calculatrice, on peut obtenir une valeur approchée : $x \approx$……… .

De même $ln(1)$ = ……… ; $ln(e)$ = ……… ; $ln(0)$ = ………………………………………………………..….

Attention :………

……

Propriété

- $a = ln(b)$ avec $b > 0 \Leftrightarrow e^a = b$.
- Pour tout x, $ln(e^x) = x$.
- Pour tout x positif, $e^{ln(x)} = x$.

<u>Exemple :</u> $e^{ln(2)}$ = ……. ; $ln(e^5)$ = ……. ; $ln(e^{-3})$ = ……… ; $e^{ln(-2)}$ = ……………….… ;

Propriété (admise)

- $ln(b) = ln(a) \Leftrightarrow b = a$.
- $ln(b) < ln(a) \Leftrightarrow b < a$.

<u>☑Savoir faire : Savoir résoudre des équations avec du ln :</u>

Résoudre dans IR les équations et inéquations suivantes :

$(E_1) : ln(x) = 2$ $\quad (E_2) : e^{x+1} = 5$ $\quad (E_3) : 3ln(x) - 4 = 8$ $\quad (I_1) : \ln(6x-1) \geq 2$ $\quad (I_2) : e^x + 5 > 4e^x$

……

……

……

……

……

……

……

……

……