

Limite d'une fonction.

I. Limite d'une fonction en $+\infty$ ou $-\infty$.

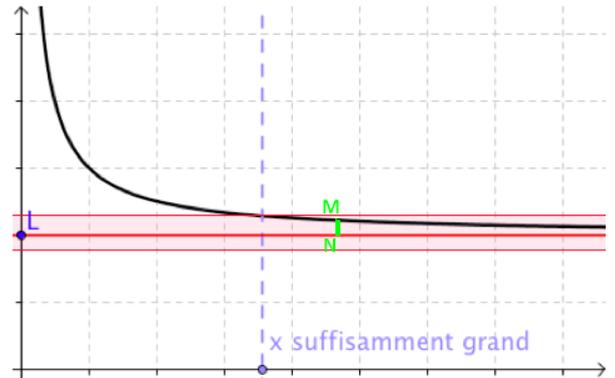
1) Limite finie à l'infini

Définition

On dit que la fonction f admet pour limite L en $+\infty$ si tout intervalle ouvert contenant L contient toutes les valeurs de $f(x)$ dès que x est suffisamment grand et on note : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$.

Exemple :

La fonction définie par $f(x) = 2 + \frac{1}{x}$ a pour limite 2 lorsque x tend vers $+\infty$. En effet, les valeurs de la fonction se resserrent autour de 2 dès que x est suffisamment grand. La distance MN tend vers 0. Si on prend un intervalle ouvert quelconque contenant 2, toutes les valeurs de la fonction appartiennent à cet intervalle dès que x est suffisamment grand.



Définition

- La droite d'équation $y = L$ est asymptote à la courbe représentative de la fonction f en $+\infty$ si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$.
- La droite d'équation $y = L$ est asymptote à la courbe représentative de la fonction f en $-\infty$ si $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$.

Remarque :

Lorsque x tend vers $+\infty$, la courbe de la fonction "se rapproche" de son asymptote. La distance MN tend vers 0.

2) Limite infinie à l'infini

Définition

- On dit que la fonction f admet pour limite $+\infty$ en $+\infty$ si tout intervalle $]a; +\infty[$, a réel, contient toutes les valeurs de $f(x)$ dès que x est suffisamment grand et on note : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- On dit que la fonction f admet pour limite $-\infty$ en $+\infty$ si tout intervalle $] -\infty; b[$, b réel, contient toutes les valeurs de $f(x)$ dès que x est suffisamment grand et on note : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

Exemple :

La fonction définie par $f(x) = x^2$ a pour limite $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$.

En effet, les valeurs de la fonction deviennent aussi grandes que l'on souhaite dès que x est suffisamment grand.

Si on prend un réel a quelconque, l'intervalle $]a; +\infty[$ contient toutes les valeurs de la fonction dès que x est suffisamment grand.

