

**EXERCICE 4****5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère le tétraèdre ABCD dont les sommets ont pour coordonnées :

$$A(1; -\sqrt{3}; 0); B(1; \sqrt{3}; 0); C(-2; 0; 0); D(0; 0; 2\sqrt{2}).$$

1. Démontrer que le plan (ABD) a pour équation cartésienne  $4x + z\sqrt{2} = 4$ .
2. On note  $\mathcal{D}$  la droite dont une représentation paramétrique est

$$\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = t\sqrt{2} \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

- a. Démontrer que  $\mathcal{D}$  est la droite qui est parallèle à (CD) et passe par O.
  - b. Déterminer les coordonnées du point G, intersection de la droite  $\mathcal{D}$  et du plan (ABD).
3. a. On note L le milieu du segment [AC].  
Démontrer que la droite (BL) passe par le point O et est orthogonale à la droite (AC).  
b. Prouver que le triangle ABC est équilatéral et déterminer le centre de son cercle circonscrit.
  4. Démontrer que le tétraèdre ABCD est régulier c'est-à-dire un tétraèdre dont les six arêtes ont la même longueur.