



Équations, inéquations, systèmes.



Muhammad Al-Khwârizmi (780 ; 850) Son livre «sur la science de la transposition et de la réduction » qui traite de résolution d'équations est considéré comme le premier traité d'algèbre .

I. Équations.

☺ Propriétés des égalités.

Propriété : Soit a, b, c trois nombres réels et d et e des nombres non nul.

♦ $a = b \Leftrightarrow a + c = b + c.$ ♦ $a = b \Leftrightarrow a \times d = b \times d.$ ♦ $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \Leftrightarrow a \times e = b \times d.$

☺ Équations.

Définition : Une équation d'inconnue x est une dans laquelle intervient un nombre inconnu x .
..... une équation dans un ensemble, c'est déterminer toutes les valeurs de x de cet ensemble qui rendent l'égalité Ces valeurs sont appelées les de l'équation.

Définition : On dit que deux équations sont équivalentes lorsqu'elles ont
On le note avec le symbole « $\Leftrightarrow$ ».

☺ Degré d'une équation.

Définition : On appelle degré d'une équation

Exemples :

II. Résolution d'équations.

☺ Équations du premier degré.

Propriété : Toute équation du premier degré est équivalente à une équation de la forme $(E): ax = b$.

☑ Savoir-faire : Savoir résoudre une équation du premier degré.

Résoudre l'équation $(E_1): 2x - 10 = 5x + 2$.

.....
.....
.....

☺ Équations du type produit nul.

Phrase magique : Un produit est nul si et seulement si

☑ Savoir-faire : Savoir résoudre une équation du type produit nul.

Résoudre les équations $(E_2): (2x + 3)(4x - 8) = 0$ et $(E_3): 5x^2 - 3x = 0$

.....
.....
.....
.....

Remarque :

☺ Équations du type $(E): x^2 = a$.

Propriété : Les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $(E) : x^2 = a$ dépendent du signe de a .

- ♦ Si $a < 0$,
- ♦ Si $a = 0$,
- ♦ Si $a > 0$,

Démonstration :

☑ Savoir-faire : Savoir résoudre une équation du type $(E) : x^2 = a$.

Résoudre les équations $(E_4) : x^2 = 16$; $(E_5) : x^2 = -8$ et $(E_6) : (x + 2)^2 = 9$.

.....

.....

.....

☺ Équations quotients $(E): \frac{P(x)}{Q(x)} = 0$.

Propriété : Les solutions de l'équation $(E): \frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ sont les solutions de l'équation $P(x) = 0$ qui n'annule pas $Q(x)$.

☑ Savoir-faire : Savoir résoudre une équation quotient.

Résoudre les équations $(E_7) : \frac{3x+5}{x-1} = 0$; $(E_8) : \frac{x^2-9}{x+3} = 0$ et $(E_9) : 1 - \frac{x+3}{x-3} = \frac{2}{2-x}$.

.....

.....

.....

.....

III. Inéquations.

☺ Propriétés des égalités.

Propriété : Soit a, b, c trois nombres réels et d un nombre non nul.

♦ $a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$. ♦ Si $d > 0$, $a < b \Leftrightarrow a \times d < b \times d$. ♦ Si $d < 0$, $a < b \Leftrightarrow a \times d > b \times d$.

Propriété : Soit a, b, c et d quatre nombres réels.

Si $a < b$ et $c < d$ alors $a + c < b + d$.

☺ Inéquations.

Définition : Une inéquation est une inégalité qui contient une inconnue x . Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs de x qui vérifient cette inégalité. Il s'agit d'un ensemble de valeurs.

☑ Savoir-faire : Savoir résoudre une inéquation du premier degré.

Résoudre l'équation $(I_1) : 2x + 3 < 5x + 4$.

.....

.....

.....

.....

IV. Système de 2 équations à 2 inconnues.

😊 Équations à deux inconnues.

Une équation à deux inconnues est de la forme

Une solution d'une équation à deux inconnues comporte une valeur pour la première inconnue et une valeur pour la deuxième, on la présente sous la forme d'un couple ;

Exemple : On considère l'équation (E) : $3x + 5y = -1$. Le couple $(-2; 1)$ est une solution de (E).

😊 Systèmes de 2 équations à 2 inconnues.

Définition :

Un système de deux équations à deux inconnues peut s'écrire sous la forme (S): $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$,

avec a, b, c, a', b', c' qui sont des nombres réels donnés.

Une solution du système est un qui est solution

Résoudre un système c'est

☒ Savoir-faire : Savoir vérifier qu'un couple est solution d'un système.

Soit $(S) : \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ -3x + 2y = 9 \end{cases}$ Montre que $(-1 ; 3)$ est une solution de (S) .

😊 Résoudre un système par substitution.

Méthode :

☒ Savoir-faire : Savoir résoudre un système par substitution.

Résoudre le système (S) : $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$.

😊 Résoudre un système par combinaison linéaire.

Méthode :

.....

.....

☑ Savoir-faire : Savoir résoudre un système par combinaison linéaire.

Résoudre le système (S) : $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$

[illegible]

☺ Application à la résolution de problèmes.

☑ Savoir-faire : Savoir utiliser un système d'équations pour résoudre un problème à deux inconnues :

Dans une boulangerie, Fabien achète 3 pains au chocolat et 2 croissants. Il paie 5,60 €.
Dans la même boulangerie, Bob achète 1 pain au chocolat et 3 croissants. Il paie 4,20 €.
Calculer le prix d'un pain au chocolat et d'un croissant.

[illegible]