



Équations, inéquations, systèmes.



Muhammad Al-Khwârizmi (780 ; 850) Son livre «sur la science de la transposition et de la réduction » qui traite de résolution d'équations est considéré comme le premier traité d'algèbre .

I. Équations.

☺ Propriétés des égalités.

Propriété : Soit a, b, c trois nombres réels et d et e des nombres non nul.

◆ $a = b \Leftrightarrow a + c = b + c.$ ◆ $a = b \Leftrightarrow a \times d = b \times d.$ ◆ $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \Leftrightarrow a \times e = b \times d.$

☺ Équations.

Définition : Une équation d'inconnue x est une dans laquelle intervient un nombre inconnu x .
..... une équation dans un ensemble, c'est déterminer toutes les valeurs de x de cet ensemble qui rendent l'égalité Ces valeurs sont appelées les de l'équation.

Définition : On dit que deux équations sont équivalentes lorsqu'elles ont
On le note avec le symbole « \Leftrightarrow ».

☺ Degré d'une équation.

Définition : On appelle degré d'une équation

Exemples :

II. Résolution d'équations.

☺ Équations du premier degré.

Propriété : Toute équation du premier degré est équivalente à une équation de la forme $(E): ax = b.$

☑ Savoir-faire : Savoir résoudre une équation du premier degré.

Résoudre l'équation $(E_1): 2x - 10 = 5x + 2.$

.....
.....
.....

☺ Équations du type produit nul.

Phrase magique : Un produit est nul si et seulement si

☑ Savoir-faire : Savoir résoudre une équation du type produit nul.

Résoudre les équations $(E_2): (2x + 3)(4x - 8) = 0$ et $(E_3): 5x^2 - 3x = 0$

.....
.....
.....

Remarque :

☺ Équations du type (E): $x^2 = a$.

Propriété : Les solutions dans \mathbb{R} de l'équation (E) : $x^2 = a$ dépendent du signe de a .

- ◆ Si $a < 0$,
- ◆ Si $a = 0$,
- ◆ Si $a > 0$,

Démonstration :

☑ Savoir-faire : Savoir résoudre une équation du type (E) : $x^2 = a$.

Résoudre les équations $(E_4) : x^2 = 16$; $(E_5) : x^2 = -8$ et $(E_6) : (x + 2)^2 = 9$.

.....
.....
.....

☺ Équations quotients (E): $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$.

Propriété : Les solutions de l'équation (E): $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ sont les solutions de l'équation $P(x) = 0$ qui n'annule pas $Q(x)$.

☑ Savoir-faire : Savoir résoudre une équation quotient.

Résoudre les équations $(E_7) : \frac{3x+5}{x-1} = 0$; $(E_8) : \frac{x^2-9}{x+3} = 0$ et $(E_9) : 1 - \frac{x+3}{x-3} = \frac{2}{2-x}$.

.....
.....
.....

III. Inéquations.

☺ Propriétés des égalités.

Propriété : Soit a, b, c trois nombres réels et d un nombre non nul.

- ◆ $a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$.
- ◆ Si $d > 0$, $a < b \Leftrightarrow a \times d < b \times d$.
- ◆ Si $d < 0$, $a < b \Leftrightarrow a \times d > b \times d$.

Propriété : Soit a, b, c et d quatre nombres réels.

Si $a < b$ et $c < d$ alors $a + c < b + d$.

☺ Inéquations.

Définition : Une inéquation est une inégalité qui contient une inconnue x . Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs de x qui vérifient cette inégalité. Il s'agit d'un ensemble de valeurs.

☑ Savoir-faire : Savoir résoudre une inéquation du premier degré.

Résoudre l'équation $(I_1) : 2x + 3 < 5x + 4$.

.....
.....
.....