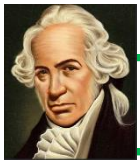
Fonctions affines



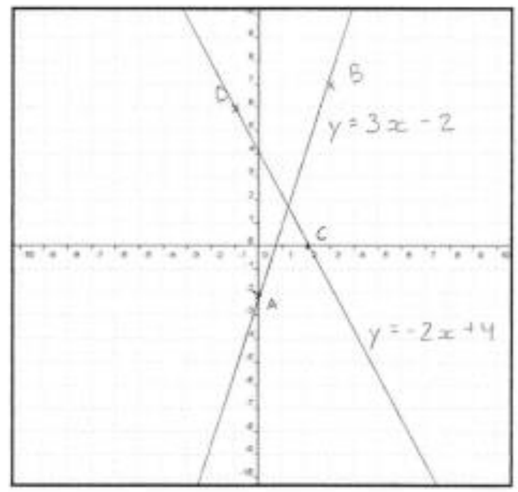
Gabriel Farenheit 1686-1736 est un physicien allemand qui a donné son nom à la première échelle de température.

I. Définition.

Définition : On appelle fonction affine une fonction f dont l'expression est de la forme $f(x) = mx + p$.
m est appelé le coefficient directeur et p l'ordonnée à l'origine. Si $m = 0$ on dit que la fonction est constante.

II .Représentation graphique d'une fonction affine.

Propriété : La courbe représentative d'une fonction affine est une droite.
Si $m = 0$ c'est une droite parallèle à l'axe des abscisses.



☑ *Savoir-faire : Savoir représenter une fonction affine.*

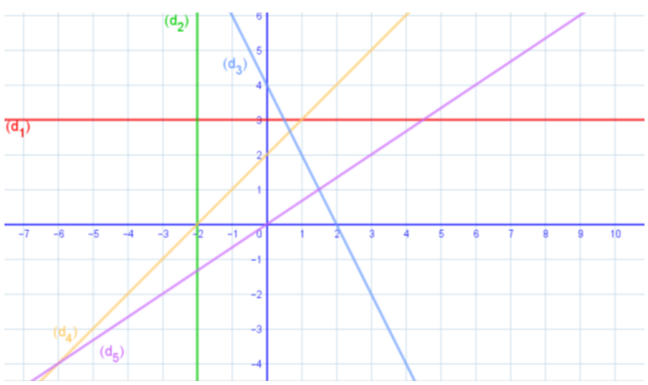
Soit f et g les fonctions définies par

$f(x) = 3x - 2$ et $g(x) = -2x + 4$.   *Construire C_f et C_g.*

$f(0) = -2$, $A(0 ; -2) \in C_f$
$f(3) = 7$, $B(3 ; 7) \in C_f$
$g(2) = 0$, $C(2 ; 0) \in C_g$
$g(-1) = 6$, $D(-1 ; 6) \in C_g$

Propriété : Soit f une fonction affine alors pour tous nombres a et b ($a \neq b$)
son coefficient directeur vérifie $m = \dfrac{f(a)-f(b)}{a-b}$

☑ *Savoir-faire : Savoir déterminer graphiquement l'équation d'une droite :*



Donne sans justification les équations des droites représentées ci-contre.

(d_1) : $y = 3$

(d_2) : $x = -2$ (d_4) : $y = x + 2$

(d_3) : $y = -2x + 4$ (d_5) : $y = \frac{2}{3}x$

III. Variations d'une fonction affine.

Si $m > 0$ la fonction est strictement croissante sur IR.

x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
Variations de f	↗

Si $m < 0$ la fonction est strictemen decroissante sur IR.

x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
Variations de f	↘

IV. Signes d'une fonction affine.

☑ *Savoir-faire : Savoir résoudre une équation du premier degré :*

1) Résoudre l'équation (E_1) : -2x+3 = 0.

$S(E_1) = \left\{\frac{3}{2}\right\}$

2) Traduire ce résultat graphiquement.

Si $f / f(x) = -2x + 3$ alors C_f coupe l'axe des abscisses en $\left(\frac{3}{2} ; 0\right)$

3) Résoudre l'équation (E_2) : -2x+3 = 3x-12.

$S(E_2) = \{3\}$

4) Traduire ce résultat graphiquement.

Les droites qui ont pour équation $y = -2x + 3$ et $y = 3x - 12$ ont pour point d'intersection $(3 ; -3)$ (car $-2 \times 3 + 3 = -3$ et $3 \times 3 - 12 = -3$)

☑ *Savoir-faire : Savoir résoudre une inéquation du premier degré :*

1) Résoudre l'équation (I_1) : -2x+3 < 0.

$S(I_1) = \left]\frac{3}{2} ; +\infty\right[$

2) Traduire ce résultat graphiquement.

$f : x \longmapsto -2x + 3$, C_f est au dessus de l'axe des abscisses sur $\left]\frac{3}{2} ; +\infty\right[$

Propriété : Soit f une fonction affine dont l'expression est de la forme $f(x) = mx + p$, avec $m \neq 0$.
L'équation $f(x) = 0$ a une unique solution qui est $x = -\frac{p}{m}$
La droite coupe l'axe des abscisses en 1 seul point.

On en déduit les tableaux de signes :

x	$-\infty$		$-\frac{p}{m}$		$+\infty$
Si $m > 0$ Signes de $f(x) = mx+p$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		$-\frac{p}{m}$		$+\infty$
Si $m < 0$ Signes de $f(x) = mx+p$		$+$	0	$-$	

☑*Savoir-faire : Savoir résoudre des inéquations du 2° degré et des inéquations rationnelles :*

Résoudre : (I_1) : $\frac{(-2x+2)(2x-1)}{(-x+3)(1+x)} \leq 0$

(E_1) : $-2x + 2 = \{1\}$, (E_2) : $2x - 1 = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

(E_3) : $-x + 3 = \{3\}$, (E_4) : $1 + x = \{-1\}$

Donc $S(I_1) = \left]-1 ; \frac{1}{2}\right] \cup [1 ; 3[$

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		1		3		$+\infty$
$-2x+2$		$+$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$2x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$-x+3$		$+$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$1+x$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
$\frac{(-2x+2)(2x-1)}{(-x+3)(1+x)}$		$+$	‖	$-$		$+$	0	$-$	‖	$+$	