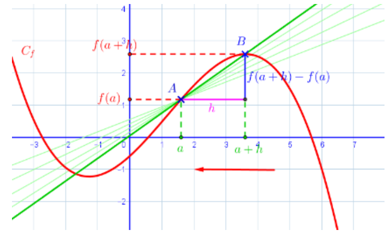
Rappels sur la dérivation.

Joseph Louis Lagrange (1736 ; 1813) *introduit le mot « dérivé » pour signifier que cette nouvelle fonction dérive (au sens de "provenir") d'une autre fonction.*

I. Nombre dérivé, fonction dérivée.



Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a un réel appartenant à I.
On dit que f est dérivable en a s'il existe un nombre égal à $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$.
On appelle ce nombre, le nombre *le nombre dérivé de f en a et on le note $f\,'(\,a\,)$*.

Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I. On dit que f est dérivable sur I si elle est dérivable en tout réel x de I. Dans ce cas, la fonction qui à tout réel x de I associe le nombre dérivé de f en x est appelée fonction dérivée de f et se note f'. $f' : x \to f'(x)$.

II. Opérations sur les fonctions dérivées.

☺ Fonctions dérivées des fonctions de référence

Propriétés :

- $f : x \to k$, $(\forall\ k \in \mathbb{R})$ *définie sur .... est dérivable sur .... et ....*
- $f : x \to mx$, $(\forall\ m \in \mathbb{R})$ *définie sur .... est dérivable sur .... et ....*
- $f : x \to x^n$, $(\forall\ n \in \mathbb{N}^*)$ *définie sur .... est dérivable sur .... et ....*
- $f : x \to \frac{1}{x}$ *définie sur .... est dérivable sur .... et ....*
- $f : x \to \frac{1}{x^n}$ $(\forall\ n \in \mathbb{N}^*)$ *définie sur .... est dérivable sur .... et ....*
- $f : x \to \sqrt{x}$, *définie sur .... est dérivable sur .... et ....*
- $f : x \to e^x$ *définie sur .... est dérivable sur .... et ....*
- $f : x \to e^{kx}$ *définie sur .... est dérivable sur .... et ....*

☺ Opérations sur les fonctions dérivées

Propriétés : Soient u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I.

☺ $u+v$ *est dérivable sur* I *et* $(u+v)' =$.................................

☺ ku $(\forall\ k \in \mathbb{R})$ *est dérivable sur* I *et* $(ku)' =$.................................

☺ $u \times v$ *est dérivable sur* I *et* $(u \times v)' =$.................................

☺ $\frac{1}{u}$ *est dérivable sur* I où u ne s'annule pas sur I *et* $\left(\frac{1}{u}\right)' =$.................................

☺ $\frac{u}{v}$ *est dérivable sur* I où v ne s'annule pas sur I *et* $\left(\frac{u}{v}\right)' =$.................................

III. Application à l'étude des variations d'une fonction.

Propriété (admise) : Soit une fonction f définie et dérivable sur un intervalle I.

☺ Si $\forall\, x \in \mathrm{I}\,, f'(x) \leq 0$, alors f est ....

☺ Si $\forall\, x \in \mathrm{I}\,, f'(x) \geq 0$, alors f est ....

☺ Si $\exists x_0$ $tel\ que$ $f'(x_0) = 0$ et change de signes alors f admet ....

☑ *Savoir-faire : Savoir étudier une fonction polynôme du 3° degré :*

Étudie la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 4$.

....

....

....

....

....

....

....

x	

☑ *Savoir-faire : Savoir étudier une fonction rationnelle :*

Étudie la fonction f définie par $f(x) = \frac{x+1}{x^2-2x}$

....

....

....

....

....

....

x	

....

....

....

☑ *Savoir-faire : Savoir étudier une fonction avec une exponentielle :*

Étudie la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x + 2)e^x$.

....

....

....

....

....

....

....

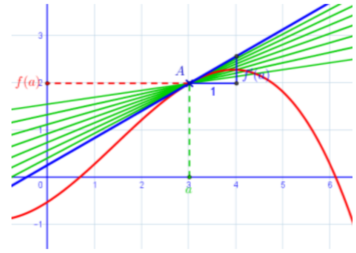
x	

....

....

....

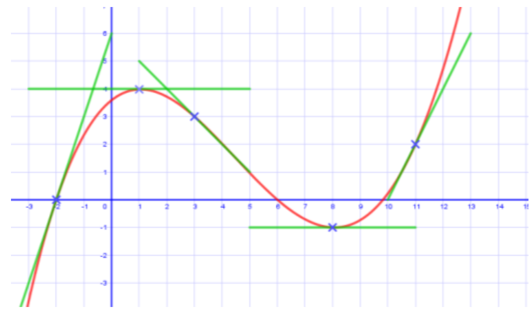
IV. Tangente à une courbe.



Définition : Soit f une fonction dérivable en a et A le point de C_f de coordonnées $A\,(\,a\,;\,f(\,a\,))$. La tangente à la courbe C_f au point A est la droite passant par A et qui a pour coefficient directeur ....

☑*Savoir-faire : Savoir déterminer un nombre dérivé par lecture graphique :*

On donne ci-contre la courbe représentative C_f d'une fonction f ainsi que certaines de ses tangentes.



1) Détermine $f(-2)$; $f(1)$; $f(3)$; $f(8)$ et $f(11)$.

....

2) Détermine $f'(-2)$; $f'(1)$; $f'(3)$; $f'(8)$ et $f'(11)$.

....

....

....

3) Détermine l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 3.

....

....

4) Complète le tableau de variations de f .

....

....

....

....

x	

Propriété : Si f est dérivable en a, la courbe Cf admet au point $A\,(\,a\,;\,f\,(\,a\,))$ une tangente T_A ,
Alors T_A a pour équation : T_A : ....

☑*Savoir-faire : Savoir déterminer l'équation d'une tangente par le calcul :*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3x - 1$.
Détermine une équation de la tangente à C_f au point A de la courbe d'abscisse 2.

....

....

☑*Savoir-faire : Savoir étudier la position relative de deux courbes :*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3x - 1$.
Étudie la position de C_f par rapport à la tangente à C_f au point A de la courbe d'abscisse 2.

....

....

....

....