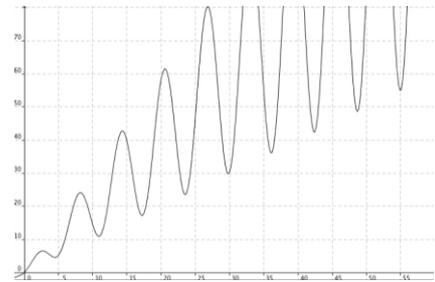


Remarques :

- Une fonction qui tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$ n'est pas nécessairement croissante.

- Il existe des fonctions qui ne possèdent pas de limite infinie. C'est le cas des fonctions sinusoïdales.



3) Limites des fonctions usuelles

Propriété

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty - \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$

II. Limite d'une fonction en un réel A.

Définition

- On dit que la fonction f admet pour limite $+\infty$ en A si tout intervalle $]a; +\infty[$, a réel, contient toutes les valeurs de $f(x)$ dès que x est suffisamment proche de A et on note : $\lim_{x \rightarrow A} f(x) = +\infty$

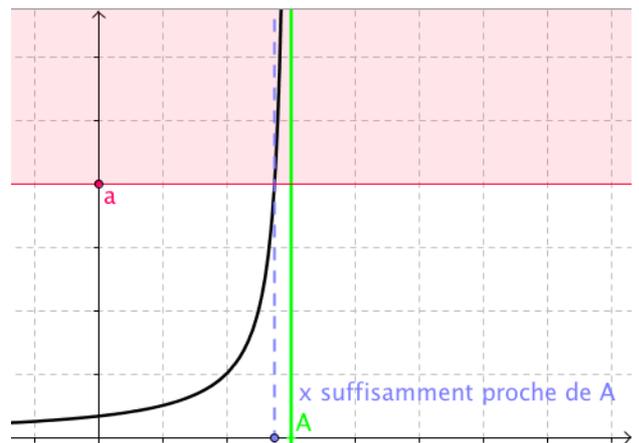
- On dit que la fonction f admet pour limite $-\infty$ en A si tout intervalle $]-\infty; b[$, b réel, contient toutes les valeurs de $f(x)$ dès que x est suffisamment proche de A et on note : $\lim_{x \rightarrow A} f(x) = -\infty$

Exemple :

La fonction représentée ci-contre a pour limite $+\infty$ lorsque x tend vers A .

En effet, les valeurs de la fonction deviennent aussi grandes que l'on souhaite dès que x est suffisamment proche de A .

Si on prend un réel a quelconque, l'intervalle $]a; +\infty[$ contient toutes les valeurs de la fonction dès que x est suffisamment proche de A .



Définition

La droite d'équation $x = A$ est asymptote verticale à la courbe représentative de la fonction f si $\lim_{x \rightarrow A} f(x) = +\infty$ ou $\lim_{x \rightarrow A} f(x) = -\infty$.

Remarque :

Certaines fonctions admettent des limites différentes en un réel A selon $x > A$ ou $x < A$.
Considérons la fonction inverse.

- Si $x < 0$, alors $f(x)$ tend vers $-\infty$ et on note : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = -\infty$.

- Si $x > 0$, alors $f(x)$ tend vers $+\infty$ et on note : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$.

On parle de limite à gauche de 0 et de limite à droite de 0.

