Primitives d'une fonction continue.

I. Définition et propriétés.

Introduction :

On considère les fonctions suivantes définies sur IR : $f : x \to 2x + 3.$ et $F : x \to x^2 + 3x - 1.$

On remarque que l'expression de la dérivée de …… est égale à l'expression de ……

C'est-à-dire que …………………..…………

On dit dans ce cas que F est une ……………..………… de f sur IR.

Définition

f est une fonction continue sur un intervalle I. On appelle primitive de f sur I, une fonction F dérivable sur I telle que ……………………………………………………………………………………………………

☑ *Savoir-faire : Savoir trouver une primitive d'une fonction continue :*

Trouve une primitive de f telle que $f(x) = x + 3$ et de g telle que $g(x) = x^2 + 3x - 5$.

………

………

………

☑ *Savoir-faire : Savoir Montrer qu'une fonction donnée est une primitive :*

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = 1-(x+1)e^{-x}$. Prouve que la fonction F définie sur IR par $F(x) = x + (x+2)e^{-x}$ est une primitive de f sur IR.

………

………

………

………

Propriété (admise)

Toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives sur cet intervalle.

Remarque : Bien que l'existence étant assurée, la forme explicite d'une primitive n'est pas toujours connue. Par exemple, la fonction $x \mapsto e^{-x^2}$ ne possède pas de primitive sous forme explicite.

II. Primitive prenant une valeur donnée.

Propriété (admise)

Soit f une fonction continue sur un intervalle I. Si F est une primitive de f sur I alors pour tout nombre réel k, la fonction $x \to F(x) + k$ est une primitive de f sur I.

Exemple :

Soit $f : x \to 2x + 3$. On a vu $F : x \to x^2 + 3x - 1$. Est une primitive de f .

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………