

## EXERCICE 1

6 points

Une entreprise est spécialisée dans la fabrication de ballons de football. Cette entreprise propose deux tailles de ballons :

- une petite taille,
- une taille standard.

Les trois parties suivantes sont indépendantes.

## Partie A

Un ballon de football est conforme à la réglementation s'il respecte, suivant sa taille, deux conditions à la fois (sur sa masse et sur sa circonférence).

En particulier, un ballon de taille standard est conforme à la réglementation lorsque sa masse, exprimée en grammes, appartient à l'intervalle  $[410; 450]$  et sa circonférence, exprimée en centimètres, appartient à l'intervalle  $[68; 70]$ .

1. On note  $X$  la variable aléatoire qui, à chaque ballon de taille standard choisi au hasard dans l'entreprise, associe sa masse en grammes.  
On admet que  $X$  suit la loi normale d'espérance 430 et d'écart type 10.  
Déterminer une valeur approchée à  $10^{-3}$  près de la probabilité  $P(410 \leq X \leq 450)$ .
2. On note  $Y$  la variable aléatoire qui, à chaque ballon de taille standard choisi au hasard dans l'entreprise associe sa circonférence en centimètres.  
On admet que  $Y$  suit la loi normale d'espérance 69 et d'écart type  $\sigma$ .  
Déterminer la valeur de  $\sigma$ , au centième près, sachant que 97 % des ballons de taille standard ont une circonférence conforme à la réglementation.  
On pourra utiliser le résultat suivant : lorsque  $Z$  est une variable aléatoire qui suit la loi normale centrée réduite, alors  $P(-\beta \leq Z \leq \beta) = 0,97$  pour  $\beta \approx 2,17$ .

## Partie B

L'entreprise affirme que 98 % de ses ballons de taille standard sont conformes à la réglementation. Un contrôle est alors réalisé sur un échantillon de 250 ballons de taille standard. Il est constaté que 233 d'entre eux sont conformes à la réglementation.

Le résultat de ce contrôle remet-il en question l'affirmation de l'entreprise ? Justifier la réponse.

(On pourra utiliser l'intervalle de fluctuation)

## Partie C

L'entreprise produit 40 % de ballons de football de petite taille et 60 % de ballons de taille standard.

On admet que 2 % des ballons de petite taille et 5 % des ballons de taille standard ne sont pas conformes à la réglementation. On choisit un ballon au hasard dans l'entreprise.

On considère les événements :

$A$  : « le ballon de football est de petite taille »,

$B$  : « le ballon de football est de taille standard »,

$C$  : « le ballon de football est conforme à la réglementation » et  $\bar{C}$ , l'évènement contraire de  $C$ .

1. Représenter cette expérience aléatoire à l'aide d'un arbre de probabilité.
2. Calculer la probabilité que le ballon de football soit de petite taille et soit conforme à la réglementation.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement  $C$  est égale à 0,962.
4. Le ballon de football choisi n'est pas conforme à la réglementation. Quelle est la probabilité que ce ballon soit de petite taille ? On arrondira le résultat à  $10^{-3}$ .