IV. Limite d'une fonction composée.

Exemple : Soit la fonction f définie sur ………….. par $f(x) = \sqrt{2 - \frac{1}{x}}$. On souhaite calculer la limite de la fonction f en $+\infty$. On considère les fonctions u et v définie par : u(x)=……….. et v(x)=……………….
Alors : $f(x) =$…………………..On dit alors que f est la composée de la fonction u par la fonction v.

Or, $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$ donc $\lim\limits_{x \to +\infty} u(x) = 2$ Donc ……………………………………………………………………..

…………. …………………………………………………………………………………………

Théorème

α, β, γ peuvent désigner $+\infty$, $-\infty$ ou un nombre réel. Si $\lim\limits_{x \to \alpha} u(x) = \beta$ et $\lim\limits_{x \to \beta} v(x) = \gamma$ alors $\lim\limits_{x \to \alpha} v(u(x)) = \gamma$

☑ Savoir-faire : Savoir déterminer la limite d'une fonction composée.

Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{\frac{4x-1}{2x+3}}$

……

……

……

……

……

V. Limites et comparaisons.

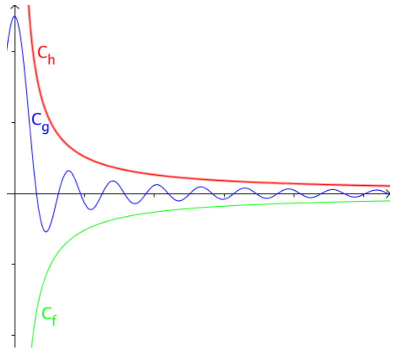
1) Théorème de comparaison

Théorème

Soit f et g deux fonctions définies sur un intervalle $]a;+\infty[$, a réel, telles que pour tout $x > a$, on a $f(x) \leq g(x)$.

- Si $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$
- Si $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

2) Théorème d'encadrement



Théorème des gendarmes

Soit f, g et h trois fonctions définies sur un intervalle $]a;+\infty[$, a réel, telles que pour tout $x > a$, on a $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$.
Si $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = L$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = L$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = L$.

☑ Savoir-faire : Savoir utiliser les théorèmes de comparaison et d'encadrement.

Calculer : 1) $\lim\limits_{x \to +\infty} (x + \sin x)$ 2) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x \cos x}{x^2 + 1}$

……

……

……

……

……

……

……

……