b. Fonctions $x \to e^{u(x)}$:

Notation : u désigne une fonction définie sur un intervalle I. On note e^u la fonction $x \to e^{u(x)}$.

Propriété

Si u est une fonction dérivable sur un intervalle I, alors la fonction $e^u : x \to \exp[u(x)]$ est dérivable sur I et

$$(e^u)' = u'e^u$$

Exemples : calculons les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

$f(x) = e^{x^2+x+1}$ $\qquad$ $f(x) = e^{2x+1}$ $\qquad$ $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ pour x réel non-nul.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Propriété

Limites de la fonction e^u

a désigne un nombre réel, $+\infty$ ou $-\infty$. l désigne un nombre réel.

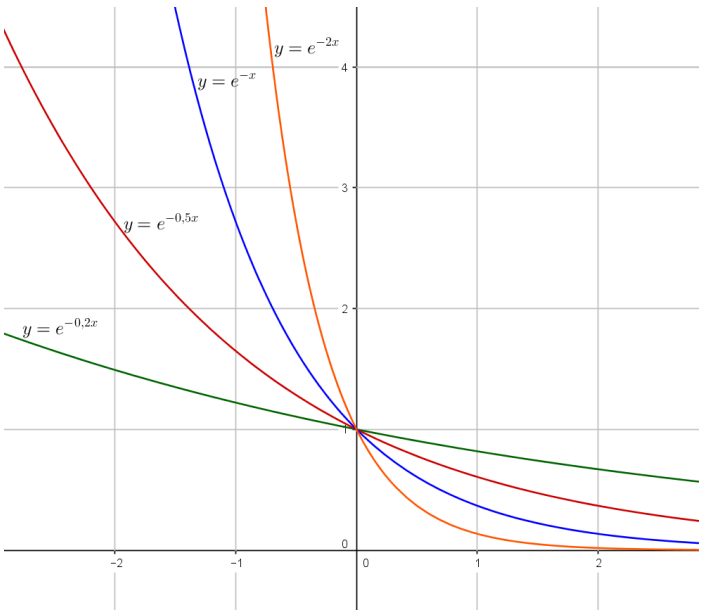
Si $\lim_{x\to a} u(x) = -\infty$ alors $\lim_{x\to a} e^{u(x)} =$ .....

Si $\lim_{x\to a} u(x) = l$ alors $\lim_{x\to a} e^{u(x)} =$ .....

Si $\lim_{x\to a} u(x) = +\infty$ alors $\lim_{x\to a} e^{u(x)} =$ .....

Exemples-types :

Exemple 1 : Les fonctions f_k définies sur $\mathbb{R}$ par $f_k(x) = e^{-kx}$ où k est un nombre réel ***strictement positif***.

i. Calculer les limites de f_k en $-\infty$ et en $+\infty$.
ii. Dresser le tableau de variations de la fonction f_k
iii. Etudier la position relative des courbes C_k et $C_{k'}$ où k et k' sont deux réels tels que $k < k'$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....