Généralités sur les fonctions.

Le terme de fonction a été introduit par le mathématicien allemand LEIBNIZ Gottfried Wilhelm (1646-1716) en 1673 dans un manuscrit inédit "La Méthode inverse des tangentes ou à propos des fonctions".

I. Notion de fonctions.

Définition : Soit D un ou plusieurs intervalles de $\mathbb{R}$. Définir une fonction f de D dans $\mathbb{R}$, c'est associer à chaque réel x de D un unique réel noté $f(x)$. On dit que D est l'ensemble de définition de la fonction f, et on le note D_f.

On peut définir une fonction par une expression, un graphique, un algorithme ….

- Une fonction est généralement désignée par l'une des lettres f, g, h …
- Au lieu d'écrire « f est la fonction qui à x associe $f(x)$ », on peut écrire « $f : x \mapsto f(x)$ ».
- Si x et y sont deux réels tels que $y = f(x)$, alors on dit que y est l'image de x par la fonction f, et que x est un antécédent de y par f.
- Par une fonction, un réel x ne peut avoir qu'une seule image, mais un réel y peut avoir aucun, un ou plusieurs antécédents.

☑ Savoir-faire : Savoir utiliser les termes image ou antécédent :

Traduire chacune des phrases suivantes par une égalité :

1) *L'image de 3 par la fonction g est 5 :* ....
2) *2 est un antécédent de -3 par la fonction f :* ....
3) *-5 a pour image $-\sqrt{2}$ par la fonction h :* ....

☑ Savoir-faire : Savoir calculer une image ou un antécédent avec l'expression d'une fonction :

Soit f la fonction définie par $f(x) = (2x - 1)(x + 3) =$......................................

1) Déterminer les images de 5 et $\sqrt{3}$ par la fonction f.

....

....

2) Déterminer tous les antécédents de 0 par f.

....

....

....

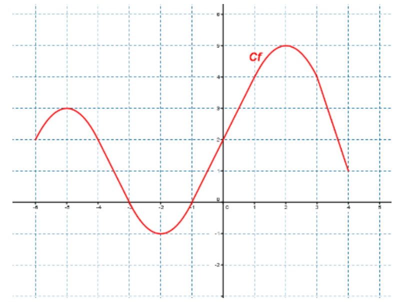
3) Déterminer tous les antécédents de -3 par f.

....

....

....

II. Courbe représentative d'une fonction.



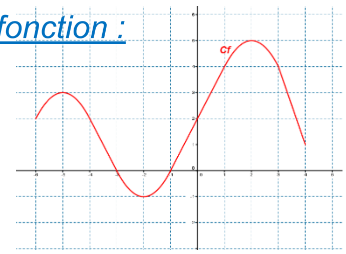
Définition : Soit f une fonction d'ensemble de définition Df. On appelle Courbe représentative de la fonction f l'ensemble Cf des points M du plan de coordonnées $M(x\,;\, f(x))$ avec $x \in Df$.
On dit que $y = f(x)$ est l'équation de la courbe Cf.

☑ *Savoir-faire : Savoir déterminer si un point appartient à la courbe d'une fonction :*

Le point $A(2\,;5)$ appartient-il à la courbe représentative de la fonction f, définie par $f(x) = x^2 + 2$
....
....

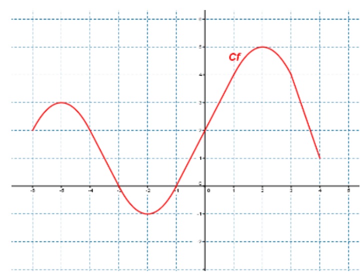
III. Lecture graphique sur la courbe représentative d'une fonction.

☑ *Savoir-faire : Savoir déterminer graphiquement l'ensemble de définition d'une fonction :*



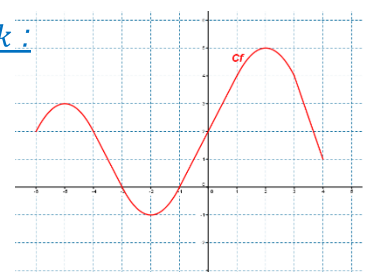
L'ensemble de définition de la fonction est l'ensemble des .... des points de la courbe.
....
....

☑ *Savoir-faire : Savoir déterminer graphiquement l'image d'un nombre :*



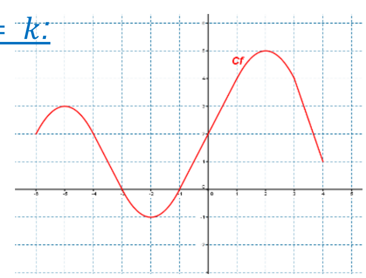
L'image d'un nombre α par la fonction f est .... du point de C_f et qui a pour abscisse ....
....
....
....

☑ *Savoir-faire : Savoir déterminer graphiquement les antécédents d'un nombre k :*



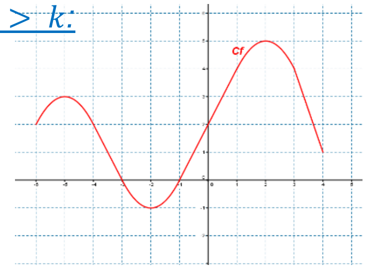
Les antécédents d'un nombre k par la fonction f sont les .... des points de C_f qui ont pour ....
....
....
....

☑ *Savoir-faire : Savoir résoudre graphiquement une équation de la forme $f(x) = k$:*



Résoudre l'équation $f(x)= k$ revient à chercher Les ....du nombre k par la fonction f.
....
....
....

☑ Savoir-faire : Savoir résoudre graphiquement une inéquation de la forme $f(x) > k$:



……

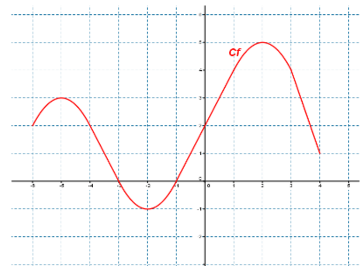
……

……

……

……

☑ Savoir-faire : Savoir établir graphiquement le tableau de signe d'une fonction :



……

……

…………………………………………………………

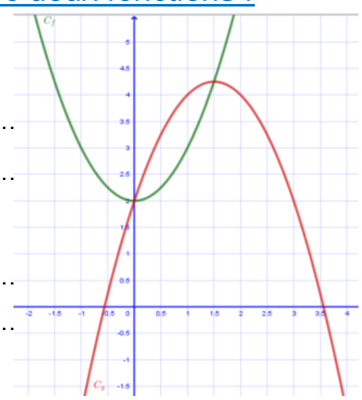
…………………………………………………………

…………………………………………………………

…………………………………………………………

x	
Signe de $f(x)$	

☑ Savoir-faire : Savoir résoudre graphiquement des équations inéquations avec deux fonctions :



Soit f et g, les fonctions définies par $f(x) = x^2 + 2$ et $g(x) = -x^2 + +3x + 2$.

1) Résoudre graphiquement (E): $f(x) = g(x)$.

……

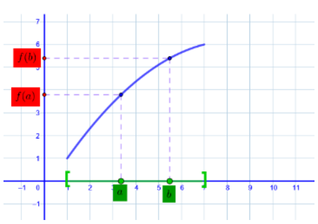
……

2) Résoudre graphiquement (I): $f(x) < g(x)$.

……

……

IV. Sens de variation d'une fonction.



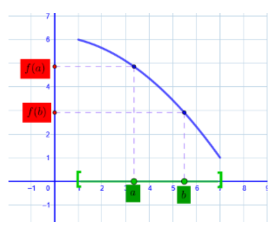
…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………



…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

♦Si pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \leq f(b)$ alors on dit que la fonction f est croissante sur I. Les réels de l'intervalle I sont rangés dans le **même ordre** que leurs images.

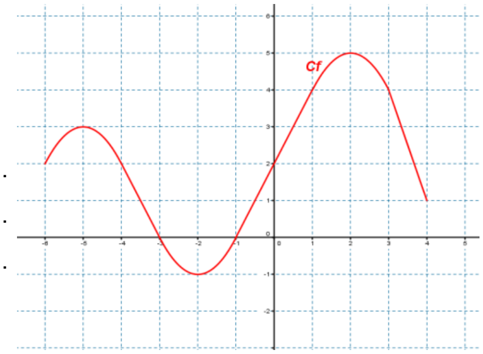
♦Si pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \geq f(b)$ alors on dit que la fonction f est décroissante sur I. Les réels de l'intervalle I sont rangés dans l'ordre **inverse** de leurs images.

♦ Dire que f est monotone sur I signifie que f est soit croissante sur I, soit décroissante sur I.

Remarque : ……………………………………………………………………………………………………

……

☑ Savoir-faire : Savoir décrire les variations d'une fonction :



Décrire les variations de la fonction f représentée ci-contre.

☑ Savoir-faire : Savoir établir un tableau de variations :

On peut décrire les variations d'une fonction dans un tableau.

x	
Variations de f	

☑ Savoir-faire : Savoir utiliser un tableau de variations pour comparer des nombres :

Voici le tableau de variations d'une fonction f.

x	-4		-2		0		3		5
f	-4	↗	1	↘	-1	↗	4	↘	-3

1) Compare $f(1)$ et $f(2)$.

2) Compare $f(-3{,}5)$ et $f(-2{,}5)$.

3) Compare $f(-1)$ et $f(4)$.

V. Extrémum d'une fonction.

Définition : Soit f une fonction de l'intervalle I. a et b deux nombres réels de I.

- ♦ Dire que f admet un maximum M en a de I signifie que $f(a) = M$ et $\forall\ x \in$I, $f(x) \leq f(a)$.
- ♦ Dire que f admet un minimum m en b de I signifie que $f(b) = m$ et $\forall\ x \in$I, $f(x) \geq f(b)$.

☑ Savoir-faire : Savoir déterminer les extrémums d'une fonction :