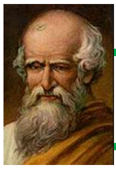
Fonctions polynômes du second degré.



Archimède de Syracuse *physicien, mathématicien et ingénieur au III° siècle avant J-C. Il démontre de nombreuses propriétés sur les paraboles dans « la quadrature de la parabole ».*

I. Définition.

Définition : On appelle fonction polynôme de degré 2 ou trinôme du second degré, toute fonction f définie sur R par une expression de la forme : $f(x) = ax^2 + bx + c$. où les coefficients $a \neq 0$, b et c sont des réels donnés

☑ *Savoir-faire : Savoir reconnaitre les coefficients d'un trinôme du second degré :*

Identifie les coefficients des trinômes suivants :

♦ $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$	♦ $g(x) = x^2 - x$	♦ $h(x) = -x^2 + 3$	♦ $i(x) = (2x + 5)(-x + 4)$
…………………………………	…………………………………	…………………………………	…………………………………
…………………………………	…………………………………	…………………………………	…………………………………
…………………………………	…………………………………	…………………………………	…………………………………

II. Forme canonique d'une fonction polynôme du second degré.

Exemple : Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = 2x^2 - 20x + 10$.

On veut exprimer la fonction f sous sa forme canonique : $f(x) = \dots (x - \dots)^2 + \dots$

………

………

………

Forme générale :

………

………

………

………

………

………

Définition : Toute fonction polynôme *f* du deuxième degré peut s'écrire sous la forme : …………………………
où α et β sont deux nombres réels. Cette écriture s'appelle la forme canonique de *f*.

Remarque : Si $f(x) = ax^2 + bx + c$. on a alors α = ………….. et β = ……………

☑ *Savoir-faire : Savoir trouver la forme canonique d'un trinôme du second degré :*

Détermine la forme canonique de la fonction f ayant pour expression $f(x) = -x^2 + 4x - 1$.

………

………

………

III. Représentation graphique d'une fonction polynôme du second degré.

Propriété : Soit f définie sur R par $f(x) = ax^2 + bx + c$. La courbe représentative de f est une ……………………..…………

Son sommet a pour abscisse x_S =………. La droite qui a pour équation ……….est l'axe de symétrie de la courbe.

- Si $a < 0$ alors la parabole a les branches tournées vers le …………………..…
- Si $a > 0$ alors la parabole a les branches tournées vers le …………………..…

Remarque : Avec la forme canonique, on obtient directement les coordonnées du sommet de la parabole.

☑ *Savoir-faire : Savoir dresser le tableau de variations d'une fonction trinôme du second degré :*

1) Dresser le tableau de variations de la fonction f_1 définie par $f_1(x) = 2x^2 + 3x - 5$:

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

2) Dresser le tableau de variations de la fonction f_1 définie par $f_1(x) = -x^2 + 2x + 3$:

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

IV. Résolution d'une équation du second degré.

☑ *Savoir-faire : Savoir résoudre une équation produit nul du second degré :*

Résoudre l'équation (E_1) : $(-2x + 3)(3x + 5) = 0$.

………

………

………

Remarque : $(-2x + 3)(3x + 5) =$……………………………………………… = - 6 (…………………) (…………………)

☑ *Savoir-faire : Savoir résoudre une équation du type (E) : $x^2 = a$:*

Résoudre les équations suivantes :

- (E_1) : $x^2 = 16$
- (E_2) : $x^2 = 13$
- (E_3) : $x^2 = 0$
- (E_4) : $x^2 = -4$

……………………………… ……………………………… ……………………………… ………………………………

……………………………… ……………………………… ……………………………… ………………………………

……………………………… ……………………………… ……………………………… ………………………………

☑ **Savoir-faire : Savoir factoriser une expression. (un facteur commun ou une identité remarquable):**

♦ $f(x) = 2(x+1)(x-3) - 3(x+1)^2$ ♦ $g(x) = x^2 - 25$ ♦ $h(x) = (x+1)^2 - (2x+3)^2$

....

....

Définition : Si x_1 et x_2 sont deux solutions de l'équation (E) : $x^2 + sx + p = 0$, alors $x_1 + x_2 = s$ et $x_1x_2 = p$.

....

....

....

Définition : On appelle discriminant du trinôme $ax^2 + bx + c$, le nombre réel, noté Δ, égal à $b^2 - 4ac$.

☑ **Savoir-faire : Savoir calculer le discriminant d'un trinôme :**

Dans chaque cas ci-dessous calcule le discriminant :

♦ $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ♦ $g(x) = x^2 - x$ ♦ $h(x) = -x^2 + 3$ ♦ $i(x) = (2x + 5)(-x + 4)$

....

....

Propriété : Soit f définie sur R par : $f(x) = ax^2 + bx + c$ alors

♦ Si $\Delta = 0$: ....

♦ Si $\Delta > 0$: ....

Démonstration exigible :

....

....

....

....

☑ **Savoir-faire : Savoir factoriser une expression du second degré :**

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = x^2 + x - 6$.

....

....

....

Propriété : Soit f définie sur R par : $f(x) = ax^2 + bx + c$, alors

♦ Si $\Delta < 0$: ....

♦ Si $\Delta = 0$: ....

♦ Si $\Delta > 0$: ....

☑ **Savoir-faire : Savoir résoudre toutes les équations du second degré :**

♦ $(E_1) : x^2 + x - 6 = 0$ ♦ $(E_2) : -2x^2 - 4x + 30 = 0$ ♦ $(E_3) : -x^2 + 3x - 5 = 0$

....

....

....

....

....

V. Signes d'une fonction polynôme du second degré.

	Δ > 0	**Δ = 0**	**Δ < 0**
a > 0			
a < 0			

☑ *Savoir-faire : Savoir résoudre les inéquations du second degré.*

1) Résoudre les inéquations suivantes :

♦ *$(I_1) : x^2 + x - 6 > 0$*

....

....

x	
Signe de x^2+x-6	

....

♦ *$(I_2) : -2x^2 - 4x + 30 \leq 0$*

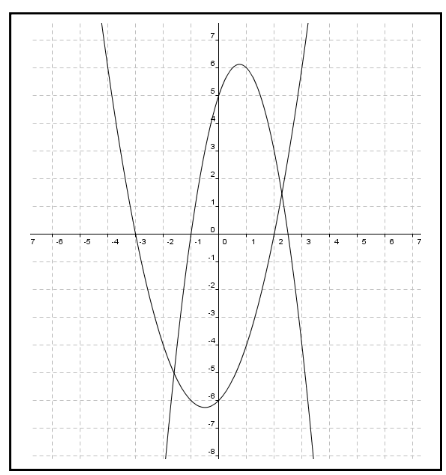
....

....

x	
Signe de $-2x^2-4x+30$	

....

2) Soit f et g les fonctions définie sur IR par $f(x) = -2x^2 + 3x + 5$ et $g(x) = x^2 + x - 6$.
Résoudre $(I_1) : -2x^2 + 3x + 5 \leq x^2 + x - 6$. Interpréter le résultat.



....

....

....

....

....

....

....

....

....