

### EXERCICE 4

5 points

On considère l'algorithme suivant, où  $A$  et  $B$  sont des entiers naturels tels que  $A < B$  :

<b>Entrées :</b>	$A$ et $B$ entiers naturels tels que $A < B$
<b>Variables :</b>	$D$ est un entier Les variables d'entrées $A$ et $B$
<b>Traitement :</b>	Affecter à $D$ la valeur de $B - A$  Tant que $D > 0$ $B$ prend la valeur de $A$ $A$ prend la valeur de $D$ Si $B > A$ Alors $D$ prend la valeur de $B - A$ Sinon $D$ prend la valeur de $A - B$ Fin Si Fin Tant que
<b>Sortie :</b>	Afficher $A$

1. On entre  $A = 12$  et  $B = 14$ .

En remplissant le tableau donné en **annexe**, déterminer la valeur affichée par l'algorithme.

2. Cet algorithme calcule la valeur du PGCD des nombres  $A$  et  $B$ .

En entrant  $A = 221$  et  $B = 331$ , l'algorithme affiche la valeur 1.

a. Justifier qu'il existe des couples  $(x ; y)$  d'entiers relatifs solutions de l'équation

$$(E) \quad 221x - 331y = 1.$$

b. Vérifier que le couple  $(3 ; 2)$  est une solution de l'équation (E).

En déduire l'ensemble des couples  $(x ; y)$  d'entiers relatifs solutions de l'équation (E).

3. On considère les suites d'entiers naturels  $(u_n)$  et  $(v_n)$  définies pour tout entier naturel  $n$  par

$$u_n = 2 + 221n \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0 & = & 3 \\ v_{n+1} & = & v_n + 331 \end{cases}$$

a. Exprimer  $v_n$  en fonction de l'entier naturel  $n$ .

b. Déterminer tous les couples d'entiers naturels  $(p ; q)$  tels que

$$u_p = v_q, \quad 0 \leq p \leq 500 \quad \text{et} \quad 0 \leq q \leq 500.$$