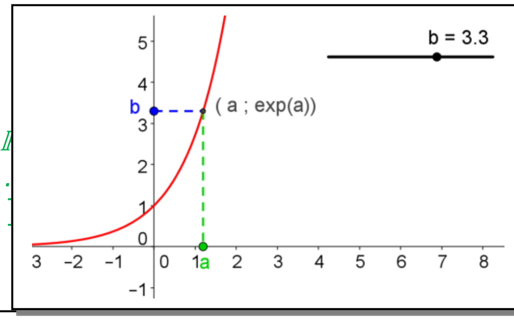
Fonction logarithme népérien.

Activités 1 et 2 p 136 et 137

I. Définition et premières propriétés.



1) Définition.

La fonction exponentielle est continue et strictement croissante sur
valeurs dans] 0 ; +∞[. De plus, $\lim_{x \to -\infty} e^x = . . .$ et $\lim_{x \to +\infty} e^x = . .$
D'après le théorème des valeurs intermédiaires, pour tout réel b de
+∞[l'équation $e^x = b$ admet une unique solution a dans $\mathbb{R}$.

Définition

On appelle <u>logarithme népérien</u> d'un réel strictement positif b, l'unique solution de l'équation (E) : $e^x = b$. On note ce nombre $ln(b)$.
La <u>fonction logarithme népérien</u>, notée ln, est la fonction définie sur] 0 ; +∞ [par $ln : x \mapsto ln(x)$.

<u>*Exemple :*</u>

L'équation (E) : $e^x = 3$ admet une unique solution. Il s'agit de x =..... .
A l'aide de la calculatrice, on peut obtenir une valeur approchée : $x \approx$.......... .

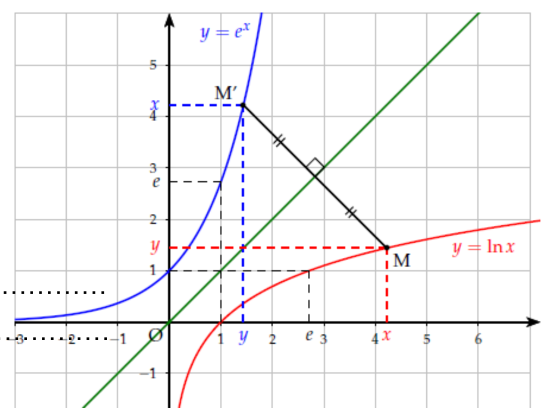
Conséquences : *Elles découlent directement de la définition :*

Propriété

- $a = ln(b)$ avec $b > 0 \Leftrightarrow e^a = b$.
- Pour tout x, $ln(e^x) = x$.
- Pour tout x positif, $e^{ln(x)} = x$.
- $ln(1)$ **= . .** (car . . . .)
- $ln(e)$ **= . . .**(car . . .. . .)
- $ln\left(\frac{1}{e}\right)$ **= . . .**(car . . .)

Propriété

Dans un repère, les courbes représentatives des fonctions exponentielle et logarithme népérien sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$.



....
....
....

2) <u>Equations et inéquations avec la fonction ln.</u>

Propriété

la fonction logarithme népérien est strictement croissante sur]0 ; + ∞[

<u>*Démonstration :*</u>

....
....