

Conséquences :

Propriété

Pour tous nombres réels $a > 0$ et $b > 0$:

- ♦ $\ln(b) = \ln(a) \Leftrightarrow b = a.$
- ♦ $\ln(b) < \ln(a) \Leftrightarrow b < a.$
- ♦ $\ln(a) < 0 \Leftrightarrow \dots\dots\dots$
- ♦ $\ln(a) > 0 \Leftrightarrow \dots\dots\dots$

☑Savoir-faire : Savoir résoudre des équations avec du $\ln$:

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

$(E_1) : \ln(x) = 2$ $(E_2) : e^{x+1} = 5$ $(E_3) : 3\ln(x) - 4 = 8$ $(I_1) : \ln(6x-1) \geq 2$ $(I_2) : e^x + 5 > 4e^x$

II. Propriété algébriques.

1) Relation fonctionnelle.

Théorème

Pour tous réels x et y strictement positifs, on a : $\ln(x \times y) = \ln(x) + \ln(y).$

Démonstration :

Remarque : Cette formule permet de transformer un produit en somme.

2) Logarithme d'un inverse, d'un quotient, d'une puissance :

Propriété

Pour réel x et y strictement positif, on a :

- ♦ $\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln(x)$
- ♦ $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$
- ♦ $\ln(\sqrt{x}) = \frac{1}{2} \ln(x)$
- ♦ $\ln(x^n) = n \ln(x)$

Démonstrations :

☑Savoir-faire : Savoir simplifier une écriture avec du $\ln$:

$A = \ln(3 - \sqrt{5}) + \ln(3 + \sqrt{5})$ $B = 3\ln 2 + \ln 5 - 2\ln 3$ $C = \ln e^2 - \ln \frac{2}{e}$