# IV. Compléments sur la fonction $ln$.

## 1) Limites à connaitre

**Propriété**

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

*Démonstration :*

..............................................................................................................................................

..............................................................................................................................................

..............................................................................................................................................

**Propriété (croissances comparées)**

- $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$
- $\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x \ln x = 0$ .

*Démonstration :*

..............................................................................................................................................

..............................................................................................................................................

..............................................................................................................................................

☑*Savoir-faire : Savoir déterminer une limite avec du $ln$ :*

a) $\lim_{x \to +\infty} (x - \ln x)$ b) $\lim_{x \to 1} \frac{\ln x}{x-1}$ c) $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x-1}$

..............................................................................................................................................

..............................................................................................................................................

..............................................................................................................................................

..............................................................................................................................................

## 2) Fonctions de la forme $ln\ (u)$

**Notation :** $u$ désigne une fonction strictement positive sur un intervalle $I$.
La fonction $x \mapsto ln[u(x)]$ définie sur $I$ est notée $ln(u)$.

**Propriété (admise)**

$u$ désigne une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle $I$.
La fonction $ln(u)$ est dérivable sur I et ***(ln(u))′* =** .....................

**Conséquence :** Les fonctions $u$ *et* $ln(u)$ *ont le même sens de variations* sur $I$.
En effet, $(\ln u)'$ et $u'$ sont de même signe car $u > 0$.

☑*Savoir-faire : Savoir dériver une fonction composée avec du $ln$ :*
Justifier que les fonctions suivantes sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et calculer les fonctions dérivées.

$f(x) = \ln(x^2 + 2)$ $g(x) = \ln(e^{2x} + e^x + 1)$

..............................................................................................................................................

..............................................................................................................................................

..............................................................................................................................................