

## II. Intervalle de fluctuation et loi binomiale.

### Propriété

On considère une population dont une proportion  $p$  des individus possède un caractère donné. On prélève dans cette population un échantillon de taille  $n$ . La variable aléatoire qui compte le nombre d'individus possédant ce caractère suit la loi binomiale  $B(n, p)$ .

### Exemple :

On suppose que 45% des français sont propriétaires de leur logement. On interroge au hasard 50 personnes. Soit  $X$  la variable aléatoire qui compte le nombre  $k$  de personnes propriétaires de leur logement. La variable aléatoire  $X$  suit la loi binomiale  $B(50, 0,45)$ . Avec un tableur on obtient

H6		fx =LOI.BINOMIALE(H5;50;0,45;0)																											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA		
1																													
2	k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25		
3	P(X=k)	1E-13	4E-12	9E-11	1E-09	1E-08	8E-08	5E-07	3E-06	1E-05	4E-05	1E-04	4E-04	0,001	0,003	0,006	0,012	0,021	0,034	0,051	0,07	0,089	0,104	0,112	0,112	0,103	0,087		
4																													
5	k	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50			
6	P(X=k)	0,069	0,05	0,034	0,021	0,012	0,006	0,003	0,001	6E-04	2E-04	7E-05	2E-05	6E-06	2E-06	3E-07	7E-08	1E-08	2E-09	2E-10	3E-11	2E-12	2E-13	8E-15	3E-16	5E-18			
7																													

Pour  $k < \dots$  et  $k > \dots$ , les probabilités sont inférieures à  $10^{-3}$  et peuvent être considérées comme négligeables.

### Définition

On considère une population dont une proportion  $p$  des individus possède un caractère donné. On prélève dans cette population un échantillon de taille  $n$ . Soit  $X$  la variable aléatoire associée au nombre d'individus possédant ce caractère. Soit  $a$  et  $b$  les plus petits entiers tel que  $P(X \leq a) > 0,025$  et  $P(X \leq b) \geq 0,975$ .

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % associée à la variable aléatoire  $X$  est :  $\frac{a}{n} ; \frac{b}{n}$ .

On peut utiliser un tableur pour calculer les probabilités cumulées, on obtient :

G8		fx =LOI.BINOMIALE(G6;50;0,45;1)																											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	
1																													
2	k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25		
3	P(X=k)	1E-13	4E-12	9E-11	1E-09	1E-08	8E-08	5E-07	3E-06	1E-05	4E-05	1E-04	4E-04	0,001	0,003	0,006	0,012	0,021	0,034	0,051	0,07	0,089	0,104	0,112	0,112	0,103	0,087		
4	P(X≤k)	1E-13	4E-12	9E-11	1E-09	1E-08	9E-08	6E-07	3E-06	1E-05	6E-05	2E-04	6E-04	0,002	0,004	0,01	0,022	0,043	0,077	0,127	0,197	0,286	0,39	0,502	0,613	0,716	0,803		
5																													
6	k	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50			
7	P(X=k)	0,069	0,05	0,034	0,021	0,012	0,006	0,003	0,001	6E-04	2E-04	7E-05	2E-05	6E-06	2E-06	3E-07	7E-08	1E-08	2E-09	2E-10	3E-11	2E-12	2E-13	8E-15	3E-16	5E-18			
8	P(X≤k)	0,872	0,922	0,956	0,976	0,988	0,995	0,998	0,999	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
9																													

On lit alors que  $a = \dots$  et  $b = \dots$ . On en déduit que l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % est  $\dots$ . Soit  $\dots$ . Ce qui signifie que  $\dots$

Remarque : Avec la formule de seconde on obtient comme intervalle de fluctuation au seuil de 95 %  $\dots$

### ☑ Savoir faire : Savoir déterminer un intervalle de fluctuation au seuil de 95 %:

Une urne contient 60% de boules blanches. On tire 100 boules avec remise. Déterminer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% de la fréquence observée d'une boule blanche.

	Casio	Texas	Open Office	Excel
Syntaxe	Touche <b>OPTN</b> , puis choisir <b>STAT</b> , puis <b>DIST</b> , puis <b>BINM</b> , puis <b>Bpd</b> ou <b>Bcd</b> (voir p. 278).	Menu <b>distrib</b> ( <b>2<sup>nde</sup></b> <b>var</b> ), puis choisir <b>binomFdp</b> (ou <b>binomFrép</b> ), voir p. 274.	Fonction <b>LOI.BINOMIALE</b>	
$P(X = k)$	BinominalPD(k,n,p)	binomFdp(n,p,k)	=LOI.BINOMIALE(k;n;p;0)	=LOI.BINOMIALE(k;n;p;FAUX)
$P(X \leq k)$	BinominalCD(k,n,p)	binomFrép(n,p,k)	=LOI.BINOMIALE(k;n;p;1)	=LOI.BINOMIALE(k;n;p;VRAI)