

EXERCICE 4

5 points

Candidat n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Soit un cube ABCDEFGH d'arête 1.

Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$, on considère les points M, N et P de coordonnéesrespectives $M\left(1; 1; \frac{3}{4}\right)$, $N\left(0; \frac{1}{2}; 1\right)$, $P\left(1; 0; -\frac{5}{4}\right)$.

1. Placer M, N et P sur la figure donnée en annexe.
2. Déterminer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{MN} et \overrightarrow{MP} .
En déduire que les points M, N et P ne sont pas alignés.
3. On considère l'algorithme 1 donné en annexe.
 - a. Exécuter *à la main* cet algorithme avec les coordonnées des points M, N et P données ci-dessus.
 - b. À quoi correspond le résultat affiché par l'algorithme ? Qu'en déduire pour le triangle MNP ?
4. On considère l'algorithme 2 donné en annexe. Le compléter pour qu'il teste et affiche si un triangle MNP est rectangle et isocèle en M.
5. On considère le vecteur $\vec{n}(5; -8; 4)$ normal au plan (MNP).
 - a. Déterminer une équation cartésienne du plan (MNP).
 - b. On considère la droite Δ passant par F et de vecteur directeur \vec{n} .
Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ .
6. Soit K le point d'intersection du plan (MNP) et de la droite Δ .
 - a. Démontrer que les coordonnées du point K sont $\left(\frac{4}{7}; \frac{24}{35}; \frac{23}{35}\right)$.
 - b. On donne $FK = \sqrt{\frac{27}{35}}$.
Calculer le volume du tétraèdre MNPF.*