

Primitives d'une fonction continue.

I. Définition et propriétés.

Introduction :

On considère les fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$: $f : x \rightarrow 2x + 3$. et $F : x \rightarrow x^2 + 3x - 1$. On remarque que l'expression de la dérivée de est égale à l'expression de C'est-à-dire que
On dit dans ce cas que F est une de f sur $\mathbb{R}$.

Définition

f est une fonction continue sur un intervalle I . On appelle primitive de f sur I , une fonction F dérivable sur I telle que

☑Savoir-faire : Savoir Montrer qu'une fonction donnée est une primitive :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 - (x+1)e^{-x}$.

Prouve que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = x + (x+2)e^{-x}$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

Propriété

f est une fonction continue sur un intervalle I . Si F est une primitive de f sur I alors pour tout réel k , la fonction est

Démonstration :

Réciproquement.....

Exemple :

Soit $f : x \rightarrow 2x + 3$. On a vu $F : x \rightarrow x^2 + 3x - 1$. Est une primitive de f .

Propriété

Soit f une fonction continue sur un intervalle $[a ; b]$. On donne deux réels x_0 et y_0 avec $x_0 \in [a ; b]$. Alors il existe une unique primitive G de f sur $[a ; b]$ telle que $G(x_0) = y_0$.

