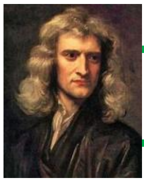
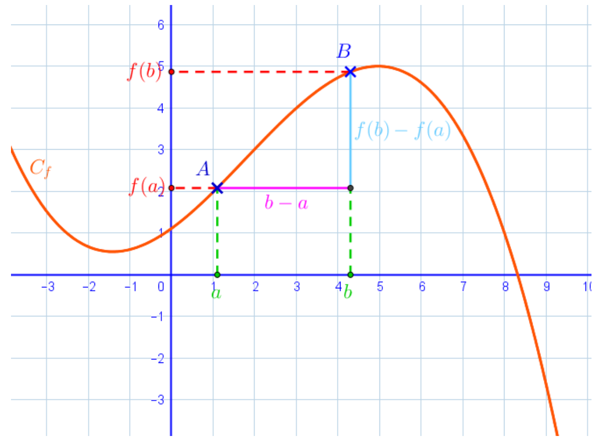
Nombre dérivé.



***Isaak Newton (1642 ; 1727) et** Gottfried **Leibniz (1646 ; 1716)** développe chacun de leur côté l'étude des tangentes à une courbe et des infiniment petits.*

I. Taux de variation d'une fonction.



Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I, a et b deux nombres distincts appartenant à $\mathbb{I}$. On appelle ……………………………………………………………………………………, le nombre …………………………

Remarque : Le taux de variation de f entre a et b, est le coefficient directeur (la pente) de la droite (AB).

En Physique si y=f(x), on note le taux de variation : $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

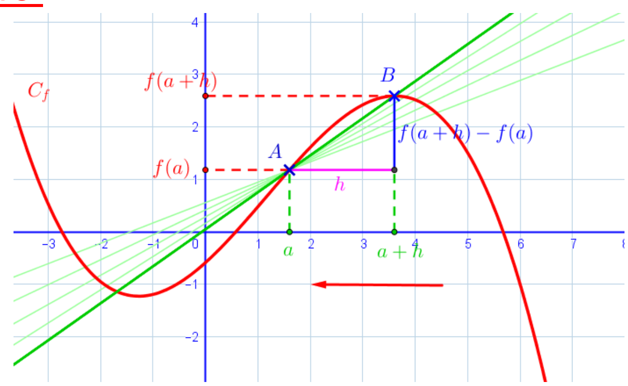
Propriété :

- ♦ Si f est croissante sur I alors le taux de variation de f entre 2 nombres distincts de I est ………………….
- ♦ Si f est décroissante sur I alors le taux de variation de f entre 2 nombres distincts de I est ……………

Attention : La réciproque est fausse : ……

……

II. Nombre dérivé d'une fonction en un nombre.



Soit une fonction f définie sur un intervalle I.
Soit un réel $a \in$ I et $h \neq 0$, tel que $a+h \in$ I.
Soit $A(a)$ et $B(a+h)$ deux points de Cf.
Le taux de variation de f entre a et $a+h$ est

________________ = ________________

Lorsque le point B se rapproche du point A, la pente de la droite (AB) est égale à $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$.

Lorsque cette limite existe, on appelle cette pente le nombre dérivé de f *en* a *et on le note* $f'(a)$.

Définition : Soit *f* une fonction définie sur un intervalle I, un réel *a* $\in$ I, soit $h \neq 0$ tel que $a+h \in$ I.
On dit que f est ………………………………………………, lorsque le taux de variation $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$
admet pour limite …………………… lorsque h tend vers ……
On appelle ce nombre, le nombre ……………………………………………… *et* on le note ……………

On a donc $f'(a)$ = ……………………………………………,

Remarque : ....
....

☑*Savoir-faire : Savoir déterminer un nombre dérivé par le calcul :*

1) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par. $f(x) = x^2 + 2x - 3$. Calculer $f'(2)$.

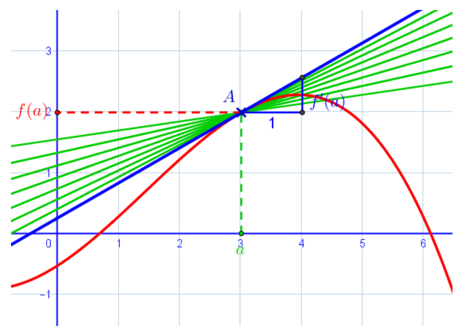
....
....
....
....
....
....

2) Prouve que la fonction racine carrée n'est pas dérivable en zéro.

Démonstration exigible :

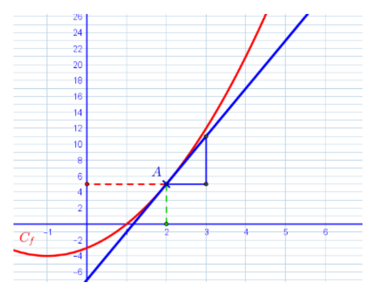
....
....
....
....

III. Tangente à une courbe.



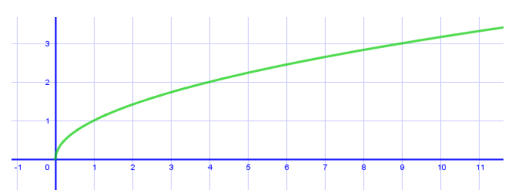
Définition : Soit f une fonction dérivable en a et A le point de Cf de coordonnées $A\,(\,a\,;\ f(\,a\,))$.
La tangente à la courbe Cf au point A est la droite passant par A et qui a pour ....

☑*Savoir-faire : Savoir déterminer l'équation d'une tangente á une courbe :*



On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x - 3$
Déterminer une équation de tangente à Cf au point A de la courbe d' abscisse 2.

....
....
....
....



Remarque :..
....
....

Propriété :

Si f est dérivable en a, la courbe Cf admet au point $A\,(a\,;\,f\,(a))$ une tangente T_A qui a pour équation : $y = f'(a) \times (x - a) + f(a)$.

Démonstration exigible :

....

....

....

....

☑*Savoir-faire : Savoir déterminer l'équation d'une tangente par le calcul :*

Détermine l'équation de la tangente à la courbe de la fonction carrée en 1.

....

....

....

....

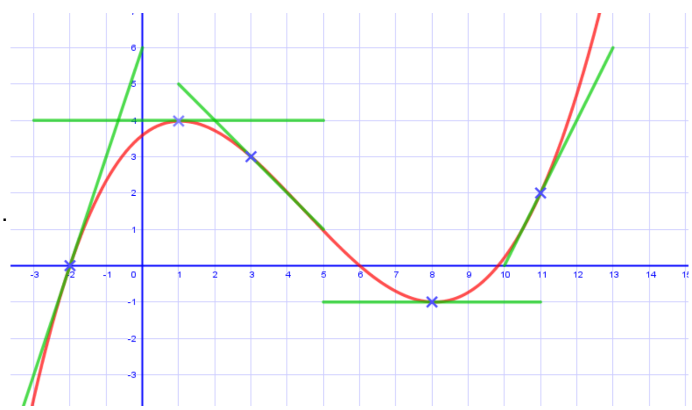
....

....

Remarque : Lorsque la tangente est représentée graphiquement, on peut lire graphiquement un nombre dérivé.

☑*Savoir-faire : Savoir déterminer un nombre dérivé par lecture graphique :*

On donne ci-contre la courbe représentative C_f d'une fonction f ainsi que certaines de ses tangentes.



1) Détermine $f(-2)$; $f(1)$; $f(3)$; $f(8)$ et $f(11)$.

....

2) Détermine $f'(-2)$; $f'(1)$; $f'(3)$; $f'(8)$ et $f'(111)$.

....

....

....

3) Détermine l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 3.

....

....

....

....

....

....

....