

## V. Estimation.

Dans ce paragraphe, on suppose que la proportion  $p$  du caractère étudié est inconnue. C'est le problème inverse de celui de l'échantillonnage. A partir de la fréquence observée sur un échantillon, on va estimer la proportion  $p$  d'un caractère dans la population tout entière.

### Propriété

Soit  $X_n$  une variable aléatoire qui suit une loi binomiale  $B(n, p)$ .  $F_n = \frac{X_n}{n}$  est la fréquence associée à  $X_n$ . Pour  $n$  suffisamment grand,  $p$  appartient à l'intervalle  $I_n = \left[ F_n - \frac{1}{\sqrt{n}} ; F_n + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$  avec une probabilité supérieure ou égale à 0,95. Soit  $f$  une fréquence observée du caractère étudié sur un échantillon de taille  $n$ , on appelle intervalle de confiance de la proportion  $p$  au niveau de confiance 0,95, l'intervalle  $\left[ f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ .

### Remarque :

- ◆ Un niveau de confiance 0,95 signifie que dans 95 cas sur 100, on affirme à juste titre que  $p$  appartient à l'intervalle de confiance.
- ◆ Il n'est pas vrai d'affirmer que  $p$  est égal au centre de l'intervalle de confiance. Il n'est pas possible d'évaluer la position de  $p$  dans l'intervalle de confiance.

### ☑ Savoir faire : Savoir déterminer un intervalle de confiance:

On dispose d'une urne contenant un grand nombre de boules blanches et noires. La proportion de boules blanches contenues dans l'urne n'est pas connue. On réalise un tirage de 100 boules et on obtient 54 boules blanches. Estimer la proportion de boules blanches dans l'urne.

### ☑ Savoir faire : Savoir estimer une proportion inconnue par un intervalle de confiance:

Un institut de sondage interroge 1052 personnes entre les deux tours de l'élection présidentielle sur leur intention de vote. 614 déclarent avoir l'intention de voter pour un candidat A. En supposant que les votes seront conformes aux intentions, le candidat A a-t-il raison de croire qu'il sera élu ?

### ☑ Savoir faire : Savoir déterminer une taille d'échantillon suffisante pour obtenir une estimation :

Un constructeur automobile fait appel à un institut de sondage afin de mesurer le degré de satisfaction du service après-vente. L'institut souhaite estimer la proportion de clients satisfaits au niveau de confiance 0,95 avec une amplitude d'au plus 5 centièmes. Combien de personnes au minimum faut-il interroger ?