

Baccalauréat S

Amérique du Nord 2 juin 2015

EXERCICE 2

5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On se place dans un repère orthonormé et, pour tout entier naturel n , on définit les points (A_n) par leurs coordonnées $(x_n; y_n)$ de la façon suivante :

$$\begin{cases} x_0 = -3 \\ y_0 = 4 \end{cases} \text{ et pour tout entier naturel } n : \begin{cases} x_{n+1} = 0,8x_n - 0,6y_n \\ y_{n+1} = 0,6x_n + 0,8y_n \end{cases}$$

1. a. Déterminer les coordonnées des points A_0 , A_1 et A_2 .
- b. Pour construire les points A_n ainsi obtenus, on écrit l'algorithme suivant :

Variables :
 i, x, y, t : nombres réels

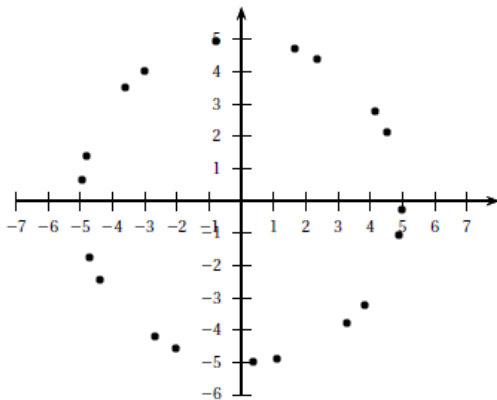
Initialisation :
 x prend la valeur -3
 y prend la valeur 4

Traitement :
 Pour i allant de 0 à 20
 Construire le point de coordonnées
 $(x; y)$
 t prend la valeur x
 x prend la valeur \dots
 y prend la valeur \dots

Fin Pour

Recopier et compléter cet algorithme pour qu'il construise les points A_0 à A_{20} .

- c. À l'aide d'un tableur, on a obtenu le nuage de points suivant :



Identifier les points A_0 , A_1 et A_2 . On les nommera sur la figure jointe en annexe 2, (à rendre avec la copie).

Quel semble être l'ensemble auquel appartiennent les points A_n pour tout n entier naturel ?

2. Le but de cette question est de construire géométriquement les points A_n pour tout n entier naturel.

Dans le plan complexe, on nomme, pour tout entier naturel n , $z_n = x_n + iy_n$ l'affixe du point A_n .

2. Le but de cette question est de construire géométriquement les points A_n pour tout n entier naturel.

Dans le plan complexe, on nomme, pour tout entier naturel n , $z_n = x_n + iy_n$ l'affixe du point A_n .

- a. Soit $u_n = |z_n|$. Montrer que, pour tout entier naturel n , $u_n = 5$. Quelle interprétation géométrique peut-on faire de ce résultat ?
- b. On admet qu'il existe un réel θ tel que $\cos(\theta) = 0,8$ et $\sin(\theta) = 0,6$. Montrer que, pour tout entier naturel n , $e^{i\theta} z_n = z_{n+1}$.
- c. Démontrer que, pour tout entier naturel n , $z_n = e^{in\theta} z_0$.
- d. Montrer que $\theta + \frac{\pi}{2}$ est un argument du nombre complexe z_0 .
- e. Pour tout entier naturel n , déterminer, en fonction de n et θ , un argument du nombre complexe z_n .
 Représenter θ sur la figure jointe en annexe 2, (à rendre avec la copie).
 Expliquer, pour tout entier naturel n , comment construire le point A_{n+1} à partir du point A_n .

Annexe 2 (Exercice 2)

